

## مقایسه عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی و غیرخطی در بورس اوراق بهادار تهران

مهدی آسیما<sup>۱</sup>، امیر علی عباس‌زاده اصل<sup>۲</sup>

**چکیده:** مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای یکی از مدل‌های متداول در برآورد نرخ بازده مورد انتظار است. از آن‌جا که در مدل *CAPM* استاندارد رابطه بین بازده سهام و بازده بازار خطی فرض می‌شود، در محیط غیرخطی تخمین ضریب بتا ناسازگار و دارای اربیب خواهد بود. در این پژوهش سعی شده در بازه زمانی ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۴ قدرت پیش‌بینی مدل‌های *CAPM* غیرخطی و مدل *CAPM* استاندارد در بورس اوراق بهادار تهران آزمون شود. برای تخمین مدل غیرخطی از روش نیمه پارامتریک و مدل رگرسیون کرنل منطقه‌ای استفاده شده است. بدین منظور بازده مورد انتظار بر اساس دو مدل موجود در این پژوهش برآورد شد و نتایج با بازده تحقق یافته مورد مقایسه قرار گرفت و از شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا برای سنجش قدرت پیش‌بینی مدل‌های پژوهش استفاده شد. با استفاده از آزمون دایبولد-ماریانو بر روی شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا، مدل‌های پژوهش با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نشان‌دهنده آن است که در نظر گرفتن غیرخطی بودن رابطه بازده سهام و بازده بازار باعث افزایش قدرت پیش‌بینی بازده تحقق یافته با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** رگرسیون کرنل، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی، مدل نیمه پارامتریک.

**JEL: C12, G14**

۱. دانشجوی دکتری مالی، بانکداری، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۲۵

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۰۵

E-mail: asima1366@yahoo.com

نویسنده مسئول مقاله: مهدی آسیما

نحوه استناد به این مقاله: آسیما، م.، و عباس‌زاده اصل، ا. (۱۳۹۵). مقایسه عملکرد مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی و غیرخطی در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه مدلسازی ریسک و مهندسی مالی، (۱)، ۱۱۴-۱۲۸.

### مقدمه

تا قبل از سال ۱۹۵۲ و تلاش‌های هری مارکوویتز برای کمی کردن شاخص ریسک، ریسک به عنوان یک عامل کیفی در نظر گرفته می‌شد (مارکوویتز، ۱۹۵۲). مدل میانگین-واریانس مارکوویتز مشهورترین و متداول‌ترین رویکرد در مسئله انتخاب سرمایه‌گذاری است. از برجسته‌ترین نکات مورد توجه در مدل مارکوویتز، توجه به ریسک سرمایه‌گذاری، نه تنها بر اساس انحراف معیار یک دارایی، بلکه بر اساس ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری است. نحوه تأثیر ریسک سرمایه‌گذاری به ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری در مدل مارکوویتز، مستلزم محاسبه کوواریانس و ضریب همبستگی دو به دو تمام دارایی‌های موجود در سبد سرمایه‌گذاری است؛ که این محاسبات نیاز به صرف زمان بسیاری دارد، به ویژه هنگامی که دارایی‌های موجود در مجموعه سرمایه‌گذاری بیشتر و بیشتر شود. مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای<sup>۱</sup> به طور همزمان و مستقل توسط شارپ (۱۹۶۴)، لیتنر (۱۹۶۵) و ماسین (۱۹۶۶) گسترش یافت و با معرفی ضریب حساسیت بتا به عنوان شاخص ریسک سیستماتیک به تبیین ریسک سرمایه‌گذاری پرداخت.

پس از آن پژوهش‌های بسیاری برای بررسی اعتبار و توسعه این مدل انجام شد. مطالعات انجام شده را به‌طور کلی می‌توان در سه دسته جای داد: (۱) چندعاملی بودن مدل خطی مانند مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای چند دوره‌ای<sup>۲</sup> مرتون (۱۹۷۳) و مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ<sup>۳</sup> راس (۱۹۷۶)؛ (۲) مدل خطی با در نظر گرفتن زمان متغیر بودن ریسک بازار و (۳) مدل‌های قیمت‌گذاری غیرخطی.

مدل سه عاملی فاما و فرنچ (۱۹۹۶) مدل تک عاملی را با افزودن دو عامل اندازه و نسبت ارزش دفتری به ارزش بازار گسترش داد. کارهارت (۱۹۹۷) با افزودن عامل مومنتوم به مدل سه عاملی فاما و فرنچ، ریسک نقدشوندگی را نیز وارد مدل کرد. کیم و استامبا (۱۹۸۶) و برین، گلاستن و جاناتان (۱۹۸۹) نشان دادند که بتای شرطی ثابت نیست. علاوه بر اینکه فاما و فرنچ (۱۹۸۹)، چن (۱۹۹۱) و فرسون و هاروی (۱۹۹۱) اثبات کردند که بتا با چرخه‌های تجاری تغییر می‌کنند، فرسون (۱۹۸۹)، فرسون و هاروی (۱۹۹۱ و ۱۹۹۳) و جاناتان و وانگ (۱۹۹۶) نشان دادند که ریسک بازار از زمانی به زمان دیگر تغییر می‌کند.

علی‌رغم اینکه استاپلتون و سابرامنیام (۱۹۸۶) رابطه خطی بین بازده و ریسک را در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای تأیید کردند، مطالعات بسیاری این نتیجه را رد نمود. بانسل و

1. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

2. Intertemporal CAPM

3. Arbitrage Pricing Theory (APT)

ویسواناتان (۱۹۹۳) نشان دادند مدل دو عاملی غیرخطی، عملکرد بهتری نسبت به مدل *CAPM* دارد. همچنین بانسل، هسیا و ویسواناتان (۱۹۹۳) نشان دادند که مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ غیرخطی از مدل‌های شرطی و غیر شرطی خطی به‌منظور قیمت‌گذاری سهام، اوراق قرضه و قراردادهای ارزی بین‌المللی بهتر عمل می‌کند. چاپمن (۱۹۹۷) به این نتیجه رسید که قیمت‌گذاری کرنل غیرخطی در مدل *CAPM* شرطی عملکرد بهتری نسبت به مدل *CAPM* استاندارد دارد. دیتما (۲۰۰۲) نشان داد که استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری کرنل سه بعدی<sup>۱</sup> خطای کمتری نسبت به مدل خطی قیمت‌گذاری دارد.

با توجه به مطالعات فوق، استفاده از مدل قیمت‌گذاری خطی تنها زمانی مناسب و کافی است که رابطه بین ریسک و بازده خطی باشد. در صورتی که رابطه خطی بین ریسک و بازده برقرار نباشد، برآورد پارامترها با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی<sup>۲</sup> و یا سایر تخمین‌زننده‌های خطی دارای اریب و ناسازگار است. بنابراین سؤال اصلی این پژوهش آن است که آیا می‌توان بر اساس تبیین مدل غیرخطی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای بازده مورد انتظار را با انحراف کمتری برآورد کرد. برای پاسخ به سوال این پژوهش، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی با استفاده از روش نیمه پارامتریک<sup>۳</sup> و مدل رگرسیون کرنل منطقه‌ای تبیین شده است و سپس قدرت پیش‌بینی مدل غیرخطی با مدل خطی، مورد مقایسه و آزمون قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که مدل غیرخطی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای استاندارد، در پیش‌بینی بازده مورد انتظار عملکرد بهتری دارد.

در قسمت دوم مطالعات انجام‌شده مرتبط با موضوع این پژوهش گردآوری شده است. در قسمت سوم روش‌شناسی پژوهش، روش انجام پژوهش، مدل‌های پژوهش، متغیرهای پژوهش و جامعه و نمونه آماری شرح داده شده است. در قسمت چهارم یافته‌های پژوهش آورده شده است. در قسمت پنجم، نتایج حاصل از این پژوهش تصریح و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی بیان شده است و در نهایت منابع بکارگرفته شده در این مقاله شرح داده شده است.

### **پیشینه پژوهش**

فریرا، بازو و اورب (۲۰۰۸) در پژوهشی با عنوان "تخمین ناپارامتریک مدل قیمت‌گذاری بتای شرطی" با بررسی بازده انواع اوراق قرضه در ایالات متحده در بازه زمانی ژانویه ۱۹۶۹ تا دسامبر

1. Cubic

2. Ordinary Least Squares (OLS)

3. Semi-Parametric

۲۰۰۶، رویه جدیدی را در تخمین و آزمون مدل قیمت‌گذاری بتای شرطی معرفی کردند که در آن کوواریانس دارایی‌ها و عوامل ریسک و ریسک بازار به صورت پویا در نظر گرفته می‌شد. در مرحله اول، کوواریانس‌های شرطی برای هر دارایی، ناپارامتریک برآورد شده و در مرحله دوم بتای زمان‌متغیر به طور مقطعی و با استفاده از بازده و کوواریانس برآورد شده است. آن‌ها خواص مطلوب سازگار بودن و نرمال بودن مجانبی تخمین‌زنده‌ها را اثبات نمودند و در نهایت با به‌کارگیری ساختار زمانی نرخ بهره، چندین مورد از اشکالات مدل‌های پارامتریک را نشان دادند.

ارداس، اورماس و زیریسکی (۲۰۱۱) در پژوهشی با عنوان "قیمت‌گذاری دارایی ناپارامتریک و نیمه پارامتریک" با بررسی شاخص‌های بورس نیویورک، بورس آمریکا و نزدک و همچنین بازده روزانه سهام در بازه زمانی ده ساله از ژانویه ۱۹۹۹ تا دسامبر ۲۰۰۸ به این نتیجه رسیدند که مدل *CAPM* در شکل ناپارامتریک نمی‌تواند اثر کوچک بودن شرکت‌ها را توضیح دهد. همچنین آن‌ها دریافتند که خطی بودن مدل *CAPM* می‌تواند رد شود، بنابراین برآورد آلفا و بتا به صورت خطی دارای اریب و ناسازگار است.

گومز و سانابریا (۲۰۱۴) در مطالعه‌ای با عنوان "قیمت‌گذاری دارایی ناپارامتریک و نیمه پارامتریک" با بررسی سهام بورس کلمبیا، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه بین‌المللی یک عاملی و سه عاملی را به صورت ناپارامتریک برآورد کردند و به شواهد قوی برای رد کردن مدل *CAPM* خطی دست یافتند. همچنین آن‌ها دریافتند که بتای خطی برای نمونه تحت بررسی ناسازگار است.

سای، رن و یانگ (۲۰۱۵) در مطالعه‌ای با عنوان "مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای شرطی نیمه پارامتریک" هدف پژوهش خود را استفاده از تکنیک رگرسیون با ضرایب تابعی<sup>۱</sup> به منظور برآورد ضریب بتا و آلفای زمان‌متغیر در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای شرطی معرفی کردند. ضرایب تابعی نیازی به در نظر گرفتن مفروضات سخت‌گیرانه در خصوص بتا و آلفا، با استفاده از پیش‌بینی یک شاخص ندارند. متغیر شاخصی مناسب در این پژوهش با استفاده از جریمه قدر مطلق انحرافات یکنواخت<sup>۲</sup> انتخاب می‌شود. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در نظر گرفتن مدل نیمه پارامتریک عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های جایگزین دارد.

---

1. Functional Coefficient

2. Smoothly Clipped Absolute Deviation (SCAD)

### روش‌شناسی پژوهش

رگرسیون چند متغیره، ارزش مورد انتظار شرطی است که در شکل عمومی آن به صورت زیر بیان می‌شود.

$$E(Y|X) = m(X) \quad \text{رابطه ۱}$$

در رابطه فوق  $Y$  متغیر وابسته و  $X = (X_1, X_2, \dots, X_d)$  بردار متغیرهای مستقل است. در شرایطی که رابطه بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل خطی فرض شود، می‌توان از تخمین‌زننده‌های خطی استفاده کرد اما در صورتی که خطی بودن نقض شود، استفاده از تخمین‌زننده‌های خطی پارامترها را دارای اریب و ناسازگار برآورد می‌کند. بنابراین در فضای غیرخطی به یک تخمین‌زننده فارغ از توزیع و پایدار<sup>۱</sup> نیاز است.

در صورتی که رابطه ۱ خطی فرض شود مدل چندعاملی به صورت زیر خواهد بود.

$$Y_{i,k} = \hat{\alpha}_k + \sum_{d=1}^D \hat{\beta}_k^d X_{i,k}^d + \varepsilon_{i,k} \quad \text{رابطه ۲}$$

که در رابطه فوق،  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ،  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ،  $Y_{i,k}$  متغیر وابسته  $k$ ام و  $X_{i,k}^d$  رگرسورهای متفاوت در دوره  $i$ ،  $\hat{\alpha}_k$  عرض از مبدأ و  $\hat{\beta}_k^d$  برداری از پارامترهایی است که باید تخمین زده شوند و  $\varepsilon_{i,k}$  سری پسماند رگرسیون است.

در صورتی که رابطه بین متغیرها خطی نباشد، رگرسیون خطی روش مناسبی برای تخمین معادله ۱ نیست. نادارایا (۱۹۶۴) و واتسون (۱۹۶۴) تخمین‌زننده مبتنی بر رگرسیون کرنل را برای تخمین رابطه ۱ بدون فرض هیچ رابطه مشخصی بین متغیرها معرفی کردند. تخمین‌زننده نادارایا-واتسون به شرح رابطه ۳ است.

$$\hat{m}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}(X_i) Y_i \quad \text{رابطه ۳}$$

در رابطه فوق،  $X_i = (X_i^{d=1}, X_i^{d=2}, \dots, X_i^{d=D})$  ماتریس متغیرهای توضیحی است و  $W_{Hi}(x)$  ماتریس وزن نادارایا - واتسون است که بر اساس رابطه ۴ تعریف می‌شود.

$$W_{hi} = \frac{K_h(x-X_i)}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n K_h(x-X_j)} \quad \text{رابطه ۴}$$

در رابطه ۴،  $K_h(u) = \prod_{d=1}^D k(u_d)$  تابع کرنل چند متغیره،  $x$  نقطه شبکه<sup>۲</sup> و  $h$  ماتریس پهنای باند<sup>۱</sup> بهینه است.

### تابع کرنل

تابع کرنل اپانچنیکوف<sup>۲</sup> و گوسی<sup>۳</sup> از انواع پرکاربرد توابع کرنل است (تی‌سای، ۲۰۱۰: ۱۹۱). تابع کرنل اپانچنیکوف (۱۹۶۹) و تابع کرنل گوسی به شرح روابط ۵ و ۶ است.

$$K_h(u) = \frac{0.75}{h} \left(1 - \frac{u^2}{h^2}\right) I\left(\left|\frac{u}{h}\right| \leq 1\right) \quad \text{رابطه ۵}$$

$$K_h(u) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2h^2}\right) \quad \text{رابطه ۶}$$

در رابطه‌های فوق  $h$  پهنای باند و  $I(A)$  تابع شاخصی<sup>۴</sup> است که اگر شرط  $A$  برقرار باشد معادل یک و در غیر اینصورت معادل صفر خواهد بود.

### انتخاب پهنای باند

هاردل، مولر، اسپرلیچ و ورواتز (۲۰۰۴) نشان دادند که اهمیت انتخاب پهنای باند بیشتر از انتخاب نوع تابع کرنل است. هر چه مقدار پهنای باند ( $h$ ) بیشتر فرض شود، تابع کرنل هموارتر<sup>۵</sup> خواهد شد. فان و یاو (۲۰۰۳) اثبات کردند که مقدار بهینه پهنای باند در توابع کرنل گوسی و اپانچنیکوف با استفاده از رابطه ۷، محاسبه می‌شود. در این رابطه  $s$  انحراف معیار نمونه متغیر مستقل و  $T$  تعداد مشاهدات است.

$$\hat{h}_{opt} = \begin{cases} 1.06sT^{-1/5} & \text{Gaussian kernel} \\ 2.34sT^{-1/5} & \text{Epanechnikov kernel} \end{cases} \quad \text{رابطه ۷}$$

### مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی

در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای فرض می‌شود که هر سرمایه‌گذار، پرتفوی بهینه خود را از ترکیب دو پرتفوی انتخاب خواهد کرد، یکی دارایی بدون ریسک و دیگری پرتفوی بازار. در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی فرض می‌شود اجزاء اخلاص به دست آمده از رگرسیون تخمینی، دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت هستند (بودی، کین و مارکوس، ۲۰۱۰: ۲۹۳-۲۹۴).

$$R_{it} - R_f = \alpha_0 + \beta_i(r_{mt} - R_f) + \varepsilon_{it} \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$$

- 
1. Bandwidth Matrix
  2. Epanechnikov
  3. Gaussian
  4. Indicator
  5. Flatter

### روش پژوهش

با استفاده از بازده‌های تعدیل‌شده ماهانه پنج سال ابتدایی دوره زمانی پژوهش، مدل *CAPM* خطی و *CAPM* غیرخطی با استفاده از رگرسیون کرنل منطقه‌ای برآورد می‌شود. بنابراین ضریب  $\beta$  بر اساس این دو مدل برای سال ششم برآورد می‌شود. با استفاده از ضرایب  $\beta$  تخمینی برای سال ششم بر اساس هر کدام از مدل‌های پژوهش، بازده مورد انتظار این سال بر اساس معادله *CAPM* به شرح زیر برآورد شده است.

$$E(R_{it}) = E(R_{ft}) + \beta_i [E(R_{mt}) - E(R_{ft})] \quad \text{رابطه ۹}$$

بنابراین برای سال ششم تحت هر یک از مدل‌های *CAPM* خطی و غیرخطی، بازده مورد انتظار پیش‌بینی می‌شود. به منظور برآورد  $E(R_{it})$  از طریق رابطه فوق، باید نرخ بازده مورد انتظار بازار و نرخ بازده بدون ریسک سال ششم را برآورد کرد. بدین منظور از میانگین بازدهی بازار و بازدهی بدون ریسک در پنج سال گذشته استفاده شده است.

فرآیند فوق برای تمام شرکت‌های داخل نمونه پژوهش برای سال ششم انجام می‌شود. به منظور اندازه‌گیری میزان دقت بازده‌های مورد انتظار برآوردی نسبت به بازده تحقق‌یافته، از شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا<sup>۱</sup> به شرح زیر استفاده می‌شود که در آن  $A_t$  نشان‌دهنده بازده تحقق‌یافته و  $F_t$  نشان‌دهنده بازده برآورد شده در سال  $t$  است.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \quad \text{رابطه ۱۰}$$

برای هر یک از دو مدل پژوهش، برای سال ششم شاخص *MAPE* محاسبه می‌شود. سپس با حذف یک سال از بالا و غلتاندن آن به سمت پایین، با استفاده از بازده‌های ماهانه از سال دوم تا سال هفتم تمام فرآیند فوق به روش پیش‌بینی یک مرحله پیش رو انجام شده و این فرآیند تا زمانی که بازده مورد انتظار سال آخر برآورد شود، ادامه می‌یابد. در انتها برای هر یک از سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ و هر یک از مدل‌های پژوهش، شاخص *MAPE* محاسبه می‌شود.

### مدل‌های پژوهش

به‌منظور برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی و تخمین ضریب بتا، از رابطه ۱۱ به شرح زیر استفاده شده است.

---

1. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$R_{it} - R_f = \alpha_0 + \beta_i(R_{mt} - R_f) + \varepsilon_{it} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2)$$

به منظور برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی و تخمین ضریب بتا از روش نیمه پارامتریک و مدل رگرسیون کرنل منطقه‌ای استفاده شده است. هاردل، مولر و اسپرلیچ و

ورواتر (۲۰۰۴) نشان دادند که  $\hat{\beta}^*(x) = (\hat{\beta}_0(x), \hat{\beta}_1(x))^T$  از روش زیر برآورد خواهد شد.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \{Y_i - \hat{\beta}_0^* - \hat{\beta}_1^*(X_i - x)\}^2 K_h(x - X_i) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

بنابراین  $\hat{\beta}^*(x)$  با استفاده از روش حداقل مربعات موزون<sup>۱</sup> و بر اساس رابطه ۱۳ تخمین زده

می‌شود.

$$\hat{\beta}^*(x) = (X^T W X)^{-1} X^T W Y \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

در رابطه فوق،  $Y$  صرف ریسک بازده سهم،  $X$  صرف ریسک بازار و  $W$  یک ماتریس قطری

به صورت زیر است.

$$W = \begin{bmatrix} K_h(x - X_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_h(x - X_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & K_h(x - X_n) \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

بلاندل و دانکن (۱۹۹۱) نشان دادند که بتا ارزش انتظاری بتاهایی است که در هر نقطه شبکه

برآورد شده است. بنابراین در نهایت بتا به صورت تقریبی برابر است با:

$$\hat{\beta}^* \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_1(X_i) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

### متغیرهای پژوهش

به منظور مقایسه عملکرد مدل  $CAPM$  خطی و غیرخطی، از قیمت پایانی شرکت‌های داخل

نمونه در پایان هر ماه که از تارنمای شرکت بورس استخراج گردیده‌اند؛ استفاده شده و سپس با

احتساب سود نقدی، افزایش سرمایه از محل آورده نقدی و مطالبات و افزایش سرمایه از محل

سود انباشته و اندوخته؛ قیمت‌های تعدیل‌شده محاسبه شده‌اند. سپس با استفاده از رابطه بازده

زمان پیوسته که به شرح زیر است، بازده تعدیل‌شده ماهانه شرکت‌ها محاسبه شده‌اند.

$$R_{it} = \ln\left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}}\right) \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

در رابطه فوق؛  $R_{it}$  بازده سهم،  $P_{it}$  قیمت تعدیل شده در ماه  $t$  و  $P_{it-1}$  قیمت تعدیل شده در ماه  $t-1$  است.

علاوه بر بازده ماهانه تعدیل شده شرکت‌های داخل نمونه، بازده ماهانه بازار با استفاده از داده‌های مربوط به شاخص کل بازار توسط رابطه زیر محاسبه شده است.

$$R_{mt} = \ln\left(\frac{I_{mt}}{I_{mt-1}}\right) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

در رابطه فوق؛  $R_{mt}$  بازده بازار،  $I_{mt}$  شاخص کل در ماه  $t$  و  $I_{mt-1}$  شاخص کل در ماه  $t-1$  است.

به منظور پیاده‌سازی مدل *CAPM*؛ نرخ بازده بدون ریسک، معادل نرخ سود سپرده کوتاه‌مدت سه ماهه بانک‌ها در نظر گرفته شده است. داده‌های مربوط به آن بر اساس اطلاعات منتشره بانک مرکزی و دیگر بانک‌ها استخراج شده است. به منظور تبدیل نرخ بازده بدون ریسک سالانه به ماهانه، از میانگین هندسی به شرح زیر استفاده شده است.

$$RF_{mt} = (1 + RF_{yt})^{1/12} - 1 \quad \text{رابطه ۱۸}$$

که در رابطه فوق،  $RF_{mt}$  بازده بدون ریسک ماهانه در زمان  $t$  و  $RF_{yt}$  بازده بدون ریسک سالانه در زمان  $t$  است.

### جامعه و نمونه

جامعه آماری این پژوهش کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۴ است. نمونه‌گیری پژوهش به صورت گزینشی بوده و ۸۰ شرکت از بین جامعه آماری که در دوره زمانی پژوهش بیش‌ترین روزهای معاملاتی را داشته‌اند و بیشتر از ۵ ماه متوالی نماد معاملاتی آن‌ها بسته نبوده، به عنوان نمونه انتخاب شده‌اند.

### یافته‌های پژوهش

داده‌ها و نتایج این پژوهش با استفاده از نرم‌افزارهای *Excel*، *Eviews* و *Matlab* مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند.

به منظور بررسی چگونگی رابطه بین بازده سهام و بازده بازار از آزمون ریست (رمزی، ۱۹۶۹) استفاده شده است. بر اساس این آزمون وجود رابطه غیرخطی بین بازده سهام نمونه پژوهش و بازده بازار تأیید شده است. به عنوان نمونه خروجی نرم‌افزار *Eviews* برای یکی از سهام نمونه پژوهش به شرح جدول ۱ است.

جدول ۱. نتایج آزمون RESET

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0/011100	0/004533	2/448626	0/0158
Rm	0/225363	0/028852	7/810926	0/0000
Rm^2	7/681250	1/626212	4/723400	0/0000
R-squared	0/344461	Mean dependent var		0/017855
Adjusted R-squared	0/333255	S.D. dependent var		0/056928
S.E. of regression	0/046485	Akaike info criterion		-3/274710
Sum squared resid	0/252815	Schwarz criterion		-3/205023
Log likelihood	199/4826	Hannan-Quinn criter.		-3/246410
F-statistic	30/73949	Durbin-Watson stat		1/392413
Prob(F-statistic)	0/000000			

همانگونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود در سطح اطمینان ۹۵ درصد، مقدار آماره آزمون  $t$  برای مربع بازده بازار بزرگتر از مقدار بحرانی است، در نتیجه معنی دار بودن آن تأیید می‌شود. بنابراین با توجه به معنی دار بودن متغیر غیرخطی در این آزمون، می‌توان نتیجه گرفت که رابطه غیرخطی میان بازده سهم و بازده بازار پذیرفته می‌شود. در ادامه به بیان مقادیر و آزمون شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا پرداخته می‌شود. مقادیر مربوط به میانگین قدرمطلق درصد خطا بر اساس هر یک از مدل‌های پژوهش برای سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. مقادیر شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا برای دو مدل پژوهش (۱۳۹۰-۱۳۹۴)

۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	میانگین قدر مطلق درصد خطا
۲/۶۸۳۵	۳/۹۲۵۷	۱/۰۸۴۲	۴/۷۴۹۶	۲/۲۶۵۴	مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی
۱/۴۸۱۶	۱/۹۰۸۹	۰/۹۹۲۱	۳/۵۴۰۲	۱/۸۶۵۴	مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی

همانگونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، در تمام سال‌های مورد پیش‌بینی همواره شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی کمتر از مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی است. در جدول ۳ آمار توصیفی مرتبط با شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا آورده شده است.

همانگونه که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، میانگین شاخص  $MAPE$  برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی بیشتر از مقدار میانگین این شاخص برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی است. همچنین مقدار واریانس و انحراف معیار این شاخص نیز در مدل خطی

بیشتر از مدل غیرخطی است. بر اساس مقادیر برآورد شده در جدول ۲ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که مدل غیرخطی عملکرد بهتری در مقایسه با مدل خطی در پیش‌بینی بازده سهام داشته است. در ادامه با پیاده‌سازی آزمون دایبولد-ماریانو به بررسی اینکه اختلاف بین شاخص  $MAPE$  بین دو مدل  $CAPM$  خطی و غیرخطی از لحاظ آماری معنی‌دار است یا خیر پرداخته می‌شود.

جدول ۳. آمارهای توصیفی شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا برای دو مدل پژوهش

میانگین قدر مطلق درصد خطا	میانگین	واریانس	انحراف معیار	تعداد مشاهدات
مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی	۲/۹۴۱۷	۲/۰۵۲۷	۱/۴۳۲۷	۵
مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی	۱/۹۵۷۶	۰/۹۱۸۵	۰/۹۵۸۴	۵

در آزمون دایبولد-ماریانو در صورتی که فرض شود که دو مدل رقیب برای پیش‌بینی وجود دارد و  $e_{1i}$  و  $e_{2i}$  مقدار خطای پیش‌بینی این دو مدل و همچنین زیان ناشی از خطای پیش‌بینی دوره  $i$  به اندازه  $g(e_i)$  باشد، تفاضل میان زیان ناشی از به‌کارگیری این دو مدل به شکل  $d_i = g(e_{1i}) - g(e_{2i})$  نشان داده می‌شود. اگر  $\bar{d}$  و  $\gamma_i$  به ترتیب میانگین و واریانس نمونه‌ای دنباله  $\{d_i\}$  باشد، آن‌گاه با فرض آن که اجزای دنباله  $\{d_i\}$  همبسته نباشد، آماره دایبولد-ماریانو به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$DM = \frac{\bar{d}}{\left(\frac{\gamma_0}{(N-1)}\right)^{0.5}} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

در آماره بالا  $N$  برابر تعداد دوره‌های پیش‌بینی شده است. این آماره دارای توزیع  $t$  با درجه آزادی  $N - 1$  است (تهرانی، محمدی و پورابراهیمی، ۱۳۸۹). نتایج حاصل از آزمون فرضیه‌های فوق با استفاده از آزمون دایبولد-ماریانو در جدول ۴ آورده شده است.

همانگونه که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، به‌منظور بررسی معنی‌داری اختلاف میان شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی و مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی از آزمون دایبولد-ماریانو استفاده شده است. بر اساس این آزمون مقدار آماره دایبولد-ماریانو معادل  $-۳/۲۴۳۳$  محاسبه شده است که با مقایسه مقدار آماره و مقدار بحرانی آزمون یک طرفه با توزیع  $t$  معنی‌دار بودن اختلاف شاخص  $MAPE$  در مدل خطی و غیرخطی تأیید می‌شود.

جدول ۴. نتایج آزمون دایبولد-ماریانو

آزمون مدل‌ها	$df$	آماره دایبولد-ماریانو	Critical $t$ -dist (one-tail)
مدل $CAPM$ خطی - مدل $CAPM$ غیرخطی	۴	$-۳/۲۴۳۳$	$-۲/۱۳۱۸$

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش به مقایسه عملکرد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی و مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی پرداخته شده است. در مدل *CAPM* استاندارد که توسط شارپ، لینتر و ماسین معرفی شد، رابطه بین متغیر وابسته و مستقل رابطه‌ای خطی در نظر گرفته می‌شود، در حالیکه رابطه بین بازده سهم و بازده بازار می‌تواند غیر خطی باشد. به همین منظور در این پژوهش سعی بر آن بوده است که قدرت پیش‌بینی مدل خطی با مدل غیرخطی مقایسه شود. به منظور برآورد مدل غیرخطی، از روش نیمه پارامتریک و مدل رگرسیون کرنل منطقه‌ای با استفاده از تابع کرنل گوسی استفاده شده است.

به منظور مقایسه بین مدل‌های پژوهش از شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده آن است که در تمام سال‌های پیش‌بینی مقدار شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا در مدل غیرخطی کمتر از مدل خطی است. برای بررسی معنی دار بودن اختلاف میان شاخص *MAPE* در مدل‌های خطی و غیرخطی از آزمون دایبولد-ماریانو استفاده شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای غیرخطی به شکل معنی داری قدرت پیش‌بینی بالاتری نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای خطی دارد. بنابراین مدل غیرخطی توانایی بیشتری در برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای در بورس اوراق بهادار تهران دارد.

نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج مطالعات بانسل و ویسواناتان (۱۹۹۳)، بانسل، هسیا و ویسواناتان (۱۹۹۳)، چاپمن (۱۹۹۷)، دیتمار (۲۰۰۲)، فریرا، بازو و اورب (۲۰۰۸)، ارداس، اورماس و زیریسکی (۲۰۱۱)، گومز و سانابریا (۲۰۱۴) و سای، رن و یانگ (۲۰۱۵) منطبق است. همچنین نتایج این پژوهش با نتایج مطالعه استاپلتون و سابرامنیام (۱۹۸۶) در تضاد است.

به عنوان پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی می‌توان بیان نمود؛ با توجه به اهمیت برآورد دقیق نرخ بازده مورد انتظار برای سرمایه‌گذاران و بنگاه‌های اقتصادی و از طرفی وجود مدل‌های مختلف برای برآورد نرخ بازده مورد انتظار، می‌توان این پژوهش را بر روی دیگر مدل‌های برآورد نرخ بازده مورد انتظار مانند مدل سه عامله فاما و فرنچ، مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ، مدل پاستور-استمبا و سایر مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی انجام داد. همچنین از مدل‌های دیگر برآورد غیرخطی مدل *CAPM* مانند مدل‌های رگرسیون آستانه‌ای<sup>۱</sup> می‌توان استفاده کرد.

## منابع

تهرانی، رضا، محمدی، شاپور، و پور ابراهیمی، محمدرضا. (۱۳۸۹). مدل سازی و پیش بینی نوسانات بازده در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی، ۱۲(۳۰)، ۳۳-۳۴.

## References

- Bansal, R., Hsieh, D. A., & Viswanathan, S., (1993). A New Approach to International Arbitrage Pricing. *Journal of Finance*, (48)5, 1719-1747.
- Bansal, R., & Viswanathan, S. (1993). No Arbitrage and Arbitrage Pricing: A New Approach. *Journal of finance*, (45)4, 1231-1262.
- Blundell, R., Duncan, A. (1991). Kernel Regression in Empirical Microeconomics. *The Journal of Human Resources*, (33), 62-87 .
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2010). *Investments*. McGraw-Hill.
- Breen, W. J., Glosten, L. R., & Jagannathan, R. (1989). Economic Significance of Predictable Variation in Stock Index Returns. *Journal of Finance*, (44)5, 1177-1190.
- Cai, Z., Ren, Y., & Yang, B. (2015). A Semiparametric Conditional Capital Asset Pricing Model. *Journal of Banking and Finance*, (61), 117-126.
- Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance*, (52)1, 57-82.
- Chapman, D. (1997). Approximating the Asset Pricing Kernel. *Journal of Finance*, (52)4, 1383-1410.
- Chen, N. F. (1991). Financial Investment Opportunities and the Macroeconomy. *Journal of Finance*, (46)2, 529-554.
- Dittmar, R. (2002). Nonlinear Pricing Kernels, Kurtosis Preference, and the Cross-Section of Equity Returns. *Journal of Finance*, (57)1, 369-403.
- Epanechnikov, V. (1969). Nonparametric Estimates of a Multivariate Probability Density. *Theory of Probability and Its Applications* (14)1, 153-158.
- Erdos, P., Ormos, M., & Zibriczky, D. (2011). Nonparametric and Semiparametric asset pricing. *Journal of Economic Modelling*, (28)3, 1150-1162.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1989). Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, (25)1, 23-49.

- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). *Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*. *Journal of Finance*, (51)1, 55-84.
- Fan, J., & Yao, Q. (2003). *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*. New York, Springer-Verlag.
- Ferreira, E., Gil-Bazo, J., & Orbe, S. (2008). *Nonparametric Estimation of Conditional Beta Pricing Models*. Working Paper.
- Ferson, W. E. (1989). *Changes in Expected Security Returns, Risk, and the Level of Interest Rates*. *Journal of Finance*, (44)5, 1191-1217.
- Ferson, W. E., & Harvey, C. R. (1991). *The Variation of Economic Risk Premiums*. *Journal of Political Economy*, (99), 385-415.
- Ferson, W. E., & Harvey, C.R. (1993). *The Risk and Predictability of International Equity Returns*. *Review of Financial Studies*, (6)3, 527-566.
- Gomez-Gonzalez, J. E., & Sanabria-Buenaventura, E. M. (2014). *Nonparametric and Semiparametric Asset Pricing: An Application to The Colombian Stock Exchange*. *Journal of Economic Systems*, (38)2, 261-268.
- Hardle, W., Muller, M., Sperlich, S., & Werwatz, A. (2004). *Springer series in statistics: Nonparametric and Semiparametric models*. Springer -Verlag.
- Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). *The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns*. *Journal of Finance*, (51)1, 3-54.
- Keim, D. B., & Stambaugh, R.F. (1986). *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964*. *Journal of Finance*, (23)2, 389-416.
- Lintner, J. (1965). *The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. The review of economics and statistics*, (47)1,13-37.
- Merton, R. C. (1973). *An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*. *Econometrica*, (41)5, 867-887.
- Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. *Journal of Finance* (7)1, 77-91.
- Mossin, J. (1966). *Equilibrium in a Capital Asset Market*. *Econometrica*, (34)4, 468-483.
- Nadaraya, E. A. (1964). *On Estimating Regression. Theory of Probability and its Application*, (9)1, 141-142.
- Ramsey, J. B. (1969). *Tests for specification errors in classical linear least-squares regression analysis*. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 350-371.

- Ross, S. A. (1976). *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing*. *Journal of Economic Theory*, (13)3, 341-360.
- Sharpe, W. f. (1964). *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*. *Journal of Finance*, (19)3, 425-442.
- Stapleton, R. C., & Subrahmanyam, M. G. (1986). *The Market Model and Capital Asset Pricing Theory: a note*. *Journal of Finance*, (38)5, 1637-1642.
- Tehrani, R., Mohammadi, S., & Pour Ebrahimi, M. R. (2011). *Modeling and forecasting volatility of return in Tehran Stock Exchange*. *Journal of Financial Research*, 12(30), 23-34. (in persian).
- Tsay, R. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons.
- Watson, G. S. (1964). *Smooth Regression Analysis*. *The Indian Journal of Statistics*, (26)5, 359-372.