مدلسازی ریسک و مهندسی مالی
Journal of Risk Modeling and Financial Engineering
دانشگاه خاتم
دورهٔ ۲، شمارهٔ ۳
پاییز ۱۳۹۶
ص. ۳۸۰-۳۹۷

تعیین ترکیب بهینهٔ دارایی‌ها: رویکرد ترکیبی مدل بلک–لیترمن و تغییرات رژیم‌ها

محمد مهدی موسوی[۱]، شهیره نادری[۲]، خدیجه حسنلو[۳]

چکیده: یکی از مهمترین چالش‌های مورد بحث مدیریت سرمایه‌گذاری، اهمیت نسبی تخصیص دارایی در مقابل انتخاب سهام است. از سوی دیگر تغییرات رژیم‌ها تخصیص دارایی سنتی را با چالش جدی مواجه نموده که نیاز به یک رویکرد منعطف‌تر دارد. هدف پژوهش حاضر توسعهٔ یک چارچوب مناسب برای مدلسازی استراتژی تخصیص دارایی پویا با در نظر گرفتن تغییرات رژیم‌ها است. با توجه به پژوهش‌های گذشته یک مدل ترکیبی از رژیم–متغیر مارکف و بلک–لیترمن برای تخصیص بهینه در طبقات مختلف دارایی در ایران طی دورهٔ ۲۱۲ ماهه از فروردین ۱۳۷۷ تا شهریور ۱۳۹۵ توسعه داده شده است. نتایج پژوهش نشان از وجود رژیم‌های متفاوت مالی دارد که منجر به ترکیب بهینهٔ متفاوت در هر رژیم شده است. در نهایت نتیجه‌گیری می‌شود که استراتژی تخصیص دارایی در سهام سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی با استفاده از مدل ترکیبی رژیم–متغیر مارکف و بلک–لیترمن، از نظر بازدهی و عملکرد مبتنی بر ریسک (معیار شارپ) بر سایر رویکردها برتری دارد.

واژه‌های کلیدی: انتخاب سهام، بلک-لیترمن، تخصیص دارایی، رژیم-متغیر.

JEL: *G11, G17*

۱. استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه خاتم، تهران، ایران
۲. کارشناسی ارشد مدیریت مالی، دانشگاه خاتم، تهران، ایران
۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه خاتم، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۴/۰۳ **تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۲۲**

نویسندهٔ مسئول: شهیره نادری **E-mail: shahire.naderi@gmail.com**

نحوه استناد به این مقاله : موسوی، م. م.، نادری، ش.، و حسنلو، خ. (۱۳۹۶). تعیین ترکیب بهینهٔ دارایی‌ها: رویکرد ترکیبی مدل بلک-لیترمن و تغییرات رژیم‌ها. فصلنامهٔ مدلسازی ریسک و مهندسی مالی، ۲(۳)، ۳۸۰-۳۹۷.

مقدمه

تخصیص دارایی[1] اولین و مهمترین تصمیم برای تشکیل پرتفوی است که هدف آن ایجاد تنوع از طریق تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها است. هر کدام از دارایی‌های موجود در پرتفوی، سطح ریسک و بازدهی متفاوتی دارند و بنابراین در طول زمان، رفتارهای متفاوتی را از خود نشان خواهند داد. پژوهش‌های مختلفی در راستای مقایسهٔ اثرات تخصیص دارایی در برابر انتخاب اوراق بهادار[2] انجام شده است که بیشتر حاکی از اهمیت بسیار بالای تخصیص دارایی در شکل‌گیری عملکرد و ریسک پرتفوی دارد. تعیین ترکیب بهینهٔ دارایی‌ها بر حسب مدل‌های ریسک از قبیل حداقل واریانس مارکویتز (۱۹۵۲)، علاوه بر کنترل ریسک و زیان‌های سرمایه‌ای برای بهبود عملکرد مبتنی بر ریسک نیز امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته است. مهمترین چالش مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی در عمل حساسیت بسیار زیاد مدل‌هایی از قبیل میانگین–واریانس مارکویتز به کیفیت داده‌های ورودی است (فابوزی، مارکویتز و گوپتا، ۲۰۰۸). بازدهی موردانتظار، ریسک و ماتریس کوواریانس ورودی‌های اصلی مدل مارکویتز هستند. در همین راستا بلک و لیترمن (۱۹۹۲) اقدام به توسعهٔ چارچوب میانگین–واریانس مارکویتز با هدف تخمین بهتر بازدهی مورد انتظار نمودند. از سوی دیگر پژوهش‌ها نشان داده است که بازارهای مالی تمایل به تغییرات ناگهانی دارند و ممکن است به صورت ناگهانی روندهای خود را تغییر داده و از حالت صعودی به نزولی و یا به‌عکس تبدیل شوند. چنین تغییراتی تخصیص دارایی سنتی را با چالش جدی مواجه نموده که نیاز به یک رویکرد منعطف‌تری دارد.

پژوهش‌های بسیای از جمله انگ و بکارت (۲۰۰۲)، گارسیا و پرون (۱۹۹۶)، گایدولین و تیممرمن (۲۰۰۷) و همیلتون (۱۹۸۹) نشان از وجود رژیم‌های متفاوت در بازارهای مالی دارد. همچنین بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته توسط گارسیا (۲۰۱۲) و نیستراپ، مدسن، لیندسورم و هانسن (۲۰۱۵) و اندر (۲۰۱۷) توانایی بالقوه مدل رژیم–متغیر[3] را برای قیمت‌گذاری دارایی‌ها، تخصیص دارایی، مدلسازی ریسک و مدیریت ریسک بیان نمودند.

مسالهٔ اصلی این پژوهش بررسی امکان ایجاد رویکردی پویا مبتنی بر مدل ترکیبی بلک–لیترمن و مدل رژیم–سوئیچینگ مارکف برای تخصیص استراتژیک دارایی‌ها در ایران است. از اینرو با درنظرگرفتن یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر مدل رژیم–متغیر و بلک–لیترمن، اقدام به مدلسازی تخصیص بهینهٔ سرمایه بین طبقات مختلف دارایی شده است. بدین ترتیب هدف اصلی

---

1. Asset Allocation
2. Security Selection
3 Regime-Switching Model

پژوهش ارائهٔ مدل‌های ترکیبی برای سرمایه‌گذاری مبتنی بر ریسک است که از ترکیب مدل رژیم–متغیر مارکف با بلک–لیترمن برای تخمین بهتر یک پرتفوی سرمایه‌گذاری بهینه، متشکل از طبقات مختلف دارایی در ایران استفاده می‌شود. نتایج پژوهش نشان از وجود رژیم‌های متفاوت مالی دارد که منجر به تخصیص بهینهٔ متفاوت اوزان در طبقات دارایی با توجه به رژیم‌های مختلف شده است. به عبارتی به دلیل وجود ساختار متفاوت ریسک و بازدهی در هر رژیم صودی یا نزولی، تخصیص اوزان بهینهٔ متفاوتی در طول زمان مشاهده شده است. در نهایت استراتژی تخصیص دارایی در سهام–سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی با استفاده از مدل ترکیبی بلک–لیترمن و رژیم–متغیر، از نظر بازدهی و عملکرد مبتنی بر ریسک (معیار شارپ) بر سایر رویکردها برتری داشته است.

ساختار مقاله بدین صورت است که پس از مقدمه، در قسمت دوم، پژوهش‌های انجام شده مرتبط با موضوع این پژوهش گردآوری شده است. در قسمت سوم روش‌شناسی پژوهش، روش انجام پژوهش، مدل‌های پژوهش، متغیرهای پژوهش و جامعه و نمونهٔ آماری شرح داده شده است. در قسمت چهارم یافته‌های پژوهش آورده شده است. در قسمت پنجم، نتایج حاصل از این پژوهش تصریح و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی بیان شده است.

پیشینهٔ پژوهش

تعیین ترکیب بهینهٔ دارایی‌ها بر حسب مدل‌های ریسک از قبیل حداقل واریانس مارکویتز (۱۹۵۲)، علاوه بر کنترل ریسک و زیان‌های سرمایه‌ای برای بهبود عملکرد مبتنی بر ریسک نیز امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته است. مهمترین چالش مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی در عمل حساسیت بسیار زیاد مدل‌هایی از قبیل میانگین–واریانس مارکویتز (۱۹۵۲) به کیفیت داده‌های ورودی است (فابوزی، مارکویتز و گوپتا، ۲۰۰۸).

بازدهی موردانتظار، ریسک، ماتریس کوواریانس ورودی‌های اصلی مدل مارکویتز هستند. بازدهی مورد انتظار مهمترین ورودی مدل مارکویتز برای تعیین ترکیب بهینهٔ پرتفوی است که در همین راستا بلک و لیترمن (۱۹۹۲) اقدام به توسعهٔ چارچوب میانگین–واریانس مارکویتز با هدف تخمین بهتر بازدهی مورد انتظار نمودند.

در مدل بلک–لیترمن بازدهی مورد انتظار با ترکیبی از بازدهی‌های متوازن بازار بازمهندسی شده و در نهایت در همان چارچوب میانگین–واریانس، بهینه‌سازی پرتفوی انجام می‌شود. مدل بلک–لیترمن می‌تواند به عنوان یک مدل بیزین[1] تفسیر شود که در آن ریاضیات احتمالات وجود

1. Bayesian Model

دارد. مهمترین مزیت مدل یاد شده امکان تعدیل بازدهی مورد انتظار توسط دیدگاه‌های استراتژیک با استفاده از ماتریس احتمالات است. هدف کلی مدل بلک-لیترمن کاهش خطای تخمین و بهبود مدل بهینه‌سازی پرتفوی است.

پژوهش‌ها نشان داده است که بازارهای مالی تمایل به تغییرات ناگهانی دارند و ممکن است به صورت ناگهانی روندهای خود را تغییر داده و از حالت صعودی به نزولی و یا به‌عکس تبدیل شوند. در همین راستا پژوهش‌های زیادی صورت گرفته که نشان از وجود چنین رژیم‌هایی در بازارهای مالی دارد (انگ و بکارت،۲۰۰۲؛ گارسیا و پرون، ۱۹۹۶ و گایدولین و تیمرمن، ۲۰۰۷).

همیلتون (۱۹۸۹) از پیشتازان مدلسازی تغییرات رژیم‌ها یا رژیم-متغیر[1] است که از مدل زنجیرهٔ مارکوف[2] برای پیش‌بینی تغییرات رژیم‌ها استفاده نموده و توانسته چرخه‌های اقتصادی آمریکا را با استفاده از تحلیل GNP پیش‌بینی نماید.

تغییرات رژیم‌ها تعیین ترکیب بهینهٔ پرتفوی را با چالش جدی مواجه نموده و منجر به تغییرات با اهمیت در میانگین و کواریانس می‌شود (کریتزمن و پیج و ترکینتون، ۲۰۱۲). بر همین اساس تعیین ترکیب پرتفوی بهینه در هر رژیم با در نظر گرفتن ریسک تغییرات رژیم‌ها یکی از مهمترین مسائل مدلسازی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری مبتنی بر ریسک است.

هدف استراتژی‌های مبتنی بر تغییرات رژیم، شناسایی تغییرات رژیم‌ها و کسب سود از این تغییرات است. مدل مارکویتز یک محیط ایستایی را در نظر می‌گیرد که درآن فقط یک رژیم وجود دارد، اما همان‌طور که بیان شد بازارهای مالی می‌توانند رژیم‌های متغیری (صعودی، نزولی و بحرانی) داشته باشند که هر حالت میانگین بازدهی، ریسک و ماتریس کوواریانس منحصربه فرد خود را دارد، از اینرو تغییرات رژیم‌ها می‌تواند رویکرد تک رژیمی مارکویتز را با چالش مواجه کند. در همین راستا گایدولین و تیمرمن (۲۰۰۷) به بررسی بهینه‌سازی پرتفویی تحت رژیم‌های مختلف پرداختند که نتایج آن‌ها نشان از عملکرد بهتر مدل‌های رژیم-متغیر نسبت به مدل تک رژیم دارد.

به‌طور خلاصه همان‌طور که بیان شد مدل‌های سنتی سرمایه‌گذاری مبتنی بر ریسک از قبیل میانگین-واریانس مارکویتز علاوه بر ایستا و تک رژیم بودن حساسیت بسیار بالایی نسبت به کیفیت داده‌های ورودی دارند. ساندرز، سکو، ووگس و زاگس (۲۰۱۳)، گایدولین و ریا (۲۰۱۱) و فیشر و مورگ (۲۰۱۵) نیز مدل بلک-لیترمن را با مدل رژیم-متغیر مارکف در بهینه‌سازی پرتفوی ادغام نمودند.

---

1. Regime Switching Model
2. Markov Chain

انگ و بکارت (۲۰۰۲) اولین کسانی بودند که تاثیرات تغییرات رژیم بر روی تخصیص دارایی را بررسی کردند و دریافتند یک استراتژی مبتنی بر تغییرات رژیم در بازارهای سهام بین‌المللی می‌تواند عملکرد برتری نسبت به رویکرد ایستا ایجاد کند. گایدولین و تیمرمن (۲۰۰۷) با استفاده از بازدهٔ ماهانهٔ سهام، اوراق قرضه و اوراق خزانه از ۱۹۵۴ الی ۱۹۹۱، با در نظر گرفتن چهار حالت، یک مدل اتورگرسیو تغییرات مارکوف ایجاد نمودند. آن‌ها در هر رژیم دریافتند که ترکیب بهینهٔ دارایی‌ها متفاوت است و اهمیت اقتصادی و عملکرد بهتر درنظر گرفتن تغییرات رژیم‌ها در تخصیص دارایی‌ها را برای دورهٔ خارج نمونه مشاهده نمودند.

تئو (۲۰۱۰) با بررسی مدل رژیم–متغیر در مسالهٔ تخصیص بهینهٔ دارایی دریافت که هزینهٔ چشم‌پوشی از رژیم‌ها بالا است. بولا، مگنر، بولا، سسبو و چنسو (۲۰۱۱) عملکرد برتر استراتژی تخصیص دارایی بر مبنای تغییر رژیم را نسبت به خود شاخص مشاهده نمودند. ایدزورک (۲۰۱۰) بیان می‌کند چنانچه سطح بازدهی مورد بررسی قرار بگیرد، نتایج حاکی از اهمیت بیش از ۹۰ درصدی تخصیص دارایی است، بلکه تمامی بازدهی تجمعی در بلندمدت توسط تخصیص دارایی توضیح داده می‌شود.

زاکامولین (۲۰۱۴) دو استراتژی تخصیص دارایی پویا بر مبنای نوسانات پیش‌بینی نشده و نوسانات پیش بینی شده را بررسی نمود. در هر دو استراتژی تغییر رژیم‌ها بر مبنای نوسانات پیش‌بینی شده و نوسانات پیش‌بینی نشده عملکرد برتری نسبت به روش ایستا مشاهده شد.

قلی‌زاده و کمیاب (۱۳۹۴) تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها با فرض نااطمینانی‌های اقتصاد کلان و تحریم‌های بین‌المللی طی دورهٔ زمانی ۱۳۷۸ الی ۱۳۹۲ را بررسی کردند. با توجه به نتایج تحلیل میانگین–واریانس، دریافتند در دورهٔ رونق بخش املاک، بیشترین سهم از سبد دارایی را مسکن تشکیل داده و در دورهٔ رکود بخش مسکن، سهام و سکهٔ طلا بیشترین سهم از سبد سرمایه‌گذاری را به خود اختصاص می‌دهد. همچنین اوراق مشارکت به منزلهٔ دارایی بدون ریسک، یک دارایی قابل اعتماد برای همه دوره‌ها به شمار می‌رود.

نادمی، ابونوری و علمی (۱۳۹۴) با استفاده از رویکرد مارکوف سوئیچینگ گارچ، اقدام به مدلسازی وضعیت بازار سهام طی بازهٔ زمانی ۱۳۷۶/۷/۷ تا ۱۳۸۹/۶/۱۸ پرداختند. آن‌ها توانستند به کمک ماتریس احتمالات انتقال به خوبی وضعیت بازار را به دو رژیم پر نوسان و کم نوسان تفکیک نمایند.

روش‌شناسی پژوهش

تخصیص دارایی مبتنی بر ترکیب مدل رژیم متغیر و بلک–لیترمن، به‌طور غیرمستقیم بر حل مشکل خطای تخمین ورودی‌ها متمرکز شده است که در آن اوزان بهینهٔ دارایی‌ها را با توجه به رژیم‌های مختلف تخمین می‌زند. با توجه به رژیم شناسایی شده در هر زمان، ماتریس بازدهی مورد انتظار از ترکیب مدل بلک–لیترمن با خروجی‌های مدل رژیم–متغیر برآورد شده و سپس اقدام به حل مسالهٔ بهینه‌سازی میانگین–واریانس می‌شود تا با توجه به رژیم‌های مختلف، حداقل ریسک و حداکثر بازدهی تخمین زده شود (مرز کارا). جامعهٔ آماری این پژوهش متشکل از طبقات مهم دارایی در ایران شامل سپرده بانکی، سهام، طلا، دلار و مسکن است. نمونهٔ آماری پژوهش متشکل از سری زمانی بازدهی لگاریتمی ماهانه سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی، شاخص بورس اوراق بهادار تهران، سکهٔ تمام بهار آزادی طرح جدید، دلار غیر رسمی و متوسط قیمت یک متر مربع زیر بنای مسکونی در شهر تهران طی ۲۱۲ ماه (فروردین ۱۳۷۷ تا شهریور ۱۳۹۵) است. جدول ۱، به‌طور خلاصه الگوریتم این پژوهش را ارائه می‌کند.

جدول ۱. مراحل حل مسالهٔ بهینه‌سازی پرتفوی تحت مدل ترکیبی بلک–لیترمن و رژیم متغیر

مرحله	شرح	هدف
اول	برآورد پارامترهای جامعه از قبیل ($\mu_1.\mu_2.\sigma_1.\sigma_2.p_{ij}$ ...) با استفاده از اطلاعات سری زمانی بازدهی‌ها تا زمان t توسط مدل رژیم–متغیر	شناسایی رژیم جاری در زمان t با استفاده از رژیم–متغیر
دوم	استنتاج و برآورد وضعیت حاکم بر بازار با استفاده از مدل رژیم–متغیر مارکف	تعیین رژیم صعودی یا نزولی حاکم بر بازار برای انتخاب رژیم محتمل دورهٔ بعدی (t+1)
سوم	تعیین ساختار ریسک و بازدهٔ رژیم تعیین شده در مرحلهٔ قبل به‌عنوان دیدگاه‌های استراتژیک بلک–لیترمن	تعیین ورودی‌های مورد نیاز برآورد بازدهی حاصل از ترکیب دیدگاه‌های استراتژیک رژیم–متغیر با بلک–لیترمن
چهارم	محاسبهٔ بازدهی متوازن با استفاده از اطلاعات جدید	محاسبهٔ بازدهی مورد انتظار تعدیل شده
پنجم	حل مسالهٔ بهینه‌سازی پرتفویی با استفاده از رویکرد میانگین–واریانس	به‌دست آوردن مرز کارا و پرتفوی بهینهٔ مماس
ششم	تشکیل پرتفویی در زمان t با استفاده از اوزان به‌دست آمده در مرحلهٔ قبل	محاسبهٔ عملکرد پرتفوی مبتنی بر رژیم–متغیر و بلک–لیترمن با استفاده از پرتفوی زمان t و اطلاعات واقعی زمان (t+1)
هفتم	تکرار مرحله اول تا پنجم با استفاده از اطلاعات جدید	ادامهٔ الگوریتم تا پایان دورهٔ خارج نمونه

مدل رژیم–متغیر

مدل این پژوهش برگرفته از پژوهش‌های همیلتون (۱۹۸۹، ۱۹۹۴ و ۲۰۰۸) و فیشر و مورگ (۲۰۱۵) است. با توجه به پژوهش‌های گذشته، فرض می‌شود توزیع سری زمانی بازده‌های طبقات مختلف دارایی‌های مدنظر از توزیع نرمال چندمتغیره[1] تبعیت می‌کنند. سری زمانی‌های مالی معروف به تبعیت از خودرگرسیونی[2] هستند، از اینرو مدل تغییرات رژیم زنجیرهٔ مارکوف برای در نظر گرفتن این ویژگی‌های خاص طبقات مختلف دارایی به شرح زیر ایجاد می‌شود.

رابطهٔ ۱) $$y_t = \mu_{st} + \beta_{st} y_{t-1} + \epsilon_t$$

رابطهٔ ۲) $$\epsilon_t \sim N(0, \sum_{St})$$

مبتنی بر مدل زنجیرهٔ مارکوف رژیم متغیر هر حالت، ماتریس کوواریانس خود را دارد. در رابطه‌های ۱ و ۲، y_t سری زمانی بازدهی لگاریتمی مشاهده شدهٔ طبقات مختلف دارایی، μ_{st} میانگین بازدهٔ هر کدام از حالات، s_t رژیم مشاهده شده در زمان t، $s = \{1.2\}$، β_{st} پارامتر کنترل کنندهٔ خودهمبستگی، ϵ_t جملات خطای توزیع نرمال و $\sum_{St}$ ماتریس کوواریانس تحت حالت s_t است.

در مدل رژیم–متغیر مارکف تغییرات رژیم‌ها تصافی هستند، در حالی‌که می‌توان احتمالات تغییر از یک حالت به حالت دیگر را تخمین زد. احتمالات تغییرات رژیم‌ها از یک حالت به حالت دیگر را می‌توان در قالب یک ماتریس گذار[3] به صورت رابطهٔ ۳، بیان نمود.

رابطهٔ ۳) $$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} \mathrm{p_{11}} & \cdots & \mathrm{p_{1k}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{p_{k1}} & \cdots & \mathrm{p_{kk}} \end{bmatrix}$$

در رابطهٔ ۳، p_{ij} بیانگر احتمال گذار از حالت i به حالت j است. با استفاده از پکیج نرم‌افزاری Matlab ارائه شده توسط پرلین (۲۰۱۶) که از رویهٔ پیشنهادی همیلتون پیروی می‌کند، اقدام به توسعهٔ مدل رژیم–متغیر مارکف نموده و سپس از خروجی‌های آن برای استنتاج رژیم‌ها و در نهایت تخصیص بهینهٔ پرتفوی استفاده شده است. در رویهٔ همیلتون استنتاج در مورد وضعیت رژیم‌ها از طریق یک الگوریتم تکرار شونده، فیلترینگ آماری احتمالات تعیین می‌شود که به وسیلهٔ رابطه‌های ۵ و ۶ بیان می‌شود.

رابطهٔ ۵) $$\mathrm{f}(\mathrm{y_t}|\Omega_{\mathrm{t-1}};\theta) = 1'\left(\mathrm{P}\hat{\xi}_{\mathrm{t-1|t-1}} \odot \eta_{\mathrm{jt}}\right)$$

رابطهٔ ۶) $$\hat{\xi}_{\mathrm{jt}} = \frac{\mathrm{P}\hat{\xi}_{\mathrm{t|t-1}} \odot \eta_{\mathrm{jt}}}{\mathrm{f}(\mathrm{y_t}|\Omega_{\mathrm{t-1}};\theta)}$$

---

1. Multivariate Normal Distribution
2. Autoregressive (AR)
3. Transition Matrix

در رابطه‌های ۵ و ۶، Ω_{t-1} ماتریس اطلاعات در دسترس تا زمان t-1 ست که در پژوهش حاضر سری زمانی بازدهی y تا زمان t-1 است، ξ_{jt} بردار مقادیر پیش بینی که بیانگر احتمال حاکم بودن رژیم j در زمان t است، θ بردار پارامترهایی است که باید برآورد شوند، ⊙ ضرب درایه در درایهٔ ماتریسی، η_{jt} چگالی شرطی وضعیت j با فرض توزیع نرمال و P ماتریس گذار است.

با تکمیل این الگوریتم تکرار شونده در نهایت با استفاده از برآورد بیشینهٔ نمایی[1]، مجموعه‌ای از پارامترها به گونه‌ای استنتاج می‌شود که مجموع رابطهٔ ۷، یعنی تابع چگالی شرطی وضعیت j با فرض توزیع نرمال η_{jt} در حالت درست نمایی بیشینه باشد.

$$\eta_{jt} = f(y_t|s_t = j.\Omega_{t-1};\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{(y_t - \mu_j - \beta_j y_{t-1})^2}{2\sigma_j^2}$$ رابطهٔ ۷)

شایان ذکر است مهمترین پارامترهای تابع یاد شده عبارتند از میانگین رژیم‌ها، انحراف معیار هرکدام، احتمالات تغییرات رژیم‌ها و ... ($\mu_1.\mu_2.\sigma_1.\sigma_2.p_{ij}$ ...). در ادامه به تبیین نحوهٔ تخصیص دارایی با استفاده از ترکیب مدل رژیم–متغیر و بلک–لیترمن پرداخته می‌شود.

ترکیب مدل رژیم–متغیر و بلک–لیترمن برای برآورد بازدهی مورد انتظار

رویکرد مورد نظر در این پژوهش، برآورد دیدگاه در مورد بازدهی با استفاده از ترکیب خروجی‌های مدل رژیم–متغیر با مدل توسعه‌یافته توسط بلک و لیترمن (۱۹۹۹) است که در راهنمای گام به گام ایدزورک (۲۰۰۵) تشریح شده است. مهمترین مزیت این روش آن است که وزن‌های پرتفوی بهینه بر مبنای دیدگاه‌های استراتژیک وضعیت رژیم‌ها تشکیل می‌شود که به نوعی وضعیت اقتصاد نیز در نظر گرفته می‌شود. محاسبهٔ بازدهی بلک–لیترمن با استفاده از مدل رژیم–متغیر به صورت رابطهٔ ۸ است.

$$\mu_{st}(r_p) = [(\tau\sum_{st})^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\sum_{st})^{-1}\Pi_{st} + P'\Omega^{-1}Q]$$ رابطهٔ ۸)

در رابطهٔ ۸، $\mu_{st}(r_p)$ بازدهی مورد انتظار حاصل از هر رژیم $(N \times 1)$، $\sum_{st}$ کوورایانس هر حالت $(N \times N)$، P ماتریس تعیین کنندهٔ دارایی‌هایی که در موردشان دیدگاه استراتژیک وجود دارد $(K \times N)$، τ سطح اطمینان نسبت به دیدگاه استراتژیک (یک تقسیم بر تعداد سال‌های نمونهٔ آماری)، Π_{st} بردار بازدهی متوازن بازار حاصل از هر رژیم $(N \times 1)$، Ω ماتریس کوورایانس قطری خطای برآورد دیدگاه‌های بیان شده که نشان‌دهندهٔ عدم اطمینان نسبت به هر

1. Maximum Likelihood Estimation

دیدگاه است $(K \times K)$ و Q بردار دیدگاه‌ها در مورد بازدهی مورد انتظار هر کدام از دارایی‌های مدنظر با توجه به رژیم $(K \times 1)$ است.

پس از به‌دست آمدن بردار بازدهی مورد انتظار حاصل از مدل بلک–لیترمن، اقدام به حل مسالهٔ تخصیص بهینهٔ اوزان از طریق رویکرد میانگین–واریانس مارکویتز می‌نماییم. در پژوهش حاضر با استفاده از نرم افزار Matlab اقدام به حل مسالهٔ بهینه‌سازی و تعیین مرز کارا از طریق حداقل‌سازی ریسک شده و برای وزن‌های پرتفوی بهینه، محدودیت‌هایی به شرح زیر اعمال می‌شود.

$$\min \text{risk measure}_{st}(r_p)$$

$$\sum_{i}^{N_{st}} w_i = 1 \text{ and } w_i \geq 0 \text{ for all i.}$$

در نهایت برای ارزیابی عملکرد پرتفوی مدلسازی شده می‌توان نتایج استراتژی تخصیص دارایی را با استراتژی مدیریت فعالانه پرتفوی سهام (صندوق‌های فعال سرمایه‌گذاری در سهام) مقایسه نمود. در همین راستا با استفاده از رویکرد پس‌آزمایی[1] بر مبنای داده‌های واقعی در دورهٔ خارج نمونه[2]، اقدام به ارزیابی پرتفوهای به‌دست آمده از لحاظ بازدهی، ریسک و هم از لحاظ معیار عملکرد مبتنی بر ریسک (معیار شارپ) شده است.

یافته‌های پژوهش

همان‌طور که در پیشینهٔ پژوهش بیان شد، شواهد مختلف تجربی مالی وجود برخی الگوها و روندها در روند دارایی‌های مختلف را نشان می‌دهد. از اینرو قبل از اینکه به نتایج پرداخته شود، مرور آمار توصیفی داده‌های پژوهش برای درک صحیحی از ویژگی سری زمانی‌های داده‌های مورد بررسی امری ضروری است. جدول ۲ آمار توصیفی سری زمانی بازدهی طبقات دارایی مدنظر را طی دورهٔ ۲۱۲ ماهه نشان می‌دهد.

جدول۲. آمار توصیفی سری زمانی بازدهی لگاریتمی طبقات دارایی مختلف

	سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی	سکهٔ طلا	دلار	شاخص سهام	مسکن
میانگین	٪۱/۲۵	٪۱/۴۱	٪۰/۶۸	٪۱/۸۵	٪۱/۷۰
انحراف معیار	٪۰/۲۳	٪۶/۰۹	٪۴/۰۸	٪۵/۴۷	٪۲/۰۱
کمینه	٪۱/۰۴	٪-۱۸/۳۸	٪-۳۲/۲۳	٪-۱۲/۸۵	٪-۲/۶۹

1. Back Testing
2. Out of Sample

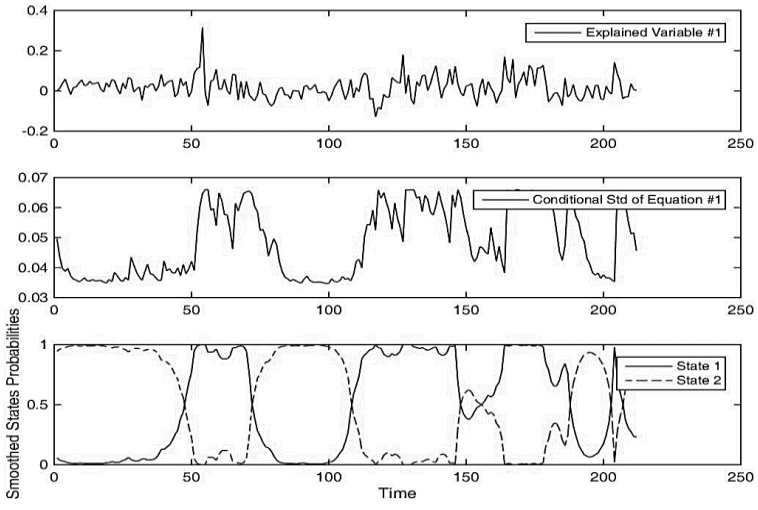
ادامهٔ جدول۲.

	سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی	سکهٔ طلا	دلار	شاخص سهام	مسکن
بیشینه	٪۱/۸۲	٪۳۵/۷۷	٪۳۰/۹۶	٪۳۱/۵۳	٪۶/۵۷
کشیدگی	۴/۵۷	۸/۵۷	۱۷/۷۸	۳/۷۷	۰/۱۱
چولگی	۰/۲۶	۱/۷۱	۲/۷۹	۱/۰۴	۰/۳۰
بازدهی تجمعی	٪۲۶۵/۲۸	٪۲۹۹/۷۵	٪۱۴۴/۹۴	٪۳۹۲/۷۰	٪۳۶۰/۵۵
تعداد مشاهدات	۲۱۲	۲۱۲	۲۱۲	۲۱۲	۲۱۲

همان‌طور که در جدول ۲، قابل مشاهده است، به ترتیب بیشترین بازدهی‌ها مربوط به شاخص بورس با بازدهی تجمعی ۳۹۲/۷۰ درصد و سپس مسکن با بازدهی ۳۶۰/۵۵ درصد طی ۲۱۲ ماه است. کمترین بازدهی مربوط به دلار با بازدهی تجمعی لگاریتمی ۱۴۴/۹۴ درصد است. همچنین کمترین انحراف معیار بازدهی ماهانه مربوط به سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی و سپس مسکن به ترتیب برابر با ۰/۲۳ درصد و ۲/۰۱ درصد است. بیشترین انحراف معیار نیز مربوط به سکهٔ طلا و سهام با مقادیر ۶/۰۹ درصد و ۵/۴۷ درصد است.

نتایج ساختار رژیم‌های شناسایی شده توسط مدل رژیم–متغیر

در پژوهش حاضر اقدام به بررسی نتایج تفکیک رژیم‌های شناسایی شده در بازار سهام ایران توسط مدل رژیم–متغیر مارکف و تفسیر اقتصادی آن شده است. به عنوان نمونه شکل ۱،خروجی نرم افزار Matlab به عنوان مهم‌ترین قسمت مدل رژیم–متغیر مارکف است.



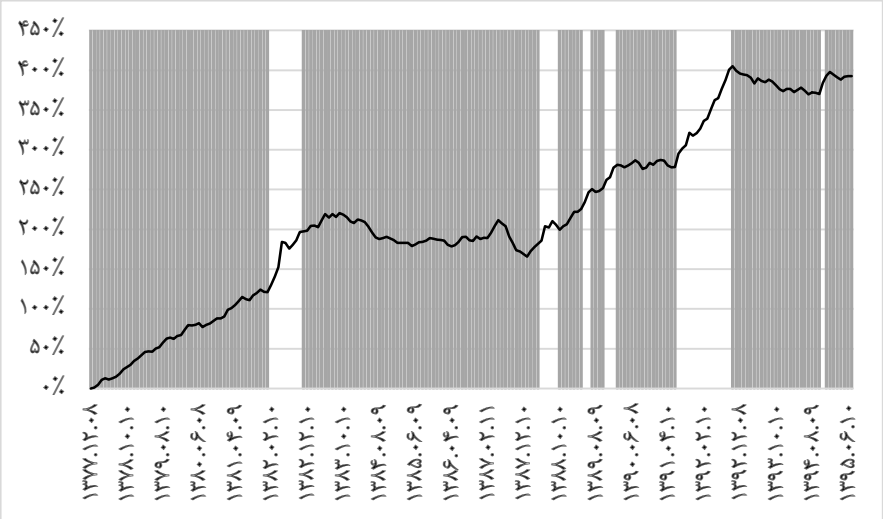
شکل ۱. خروجی نرم افزار Matlab

در شکل ۱، نمودار اول نشان‌دهندهٔ بازدهی ماهانهٔ شاخص سهام، نمودار دوم نشان‌دهندهٔ انحراف معیار شرطی متغیر پاسخ مدل (سری زمانی بازدهی) در هر دوره است و نمودار سوم نشان می‌دهد بر اساس مدل رژیم-متغیر و با درنظر گرفتن نوسانات خوشه‌ای بازدهی‌ها، در هر ماه کدام رژیم برقرار بوده است. با توجه به شکل ۱، می‌توان وضعیت رژیم‌ها را استنتاج نمود. در جدول ۳، نیز نتایج رژیم‌های شناسایی شده با استفاده از مدل رژیم-متغیر مارکف برای هر کدام از طبقات مختلف دارایی در ایران بیان شده است.

جدول ۳. ساختار ریسک و بازدهی رژیم‌های مختلف شناسایی شده طبقات مختلف دارایی در ایران

طبقات دارایی	تعداد ماه		انحراف معیار		*میانگین بازدهی ماهانه*	
	رژیم نزولی	رژیم صعودی	رژیم نزولی	رژیم صعودی	رژیم نزولی	رژیم صعودی
سکهٔ طلا	۱۸۵	۲۷	٪۴/۱۹	٪۱۳/۱۷	٪۱/۱۹	٪۲/۹۸
دلار	۱۰۵	۱۰۷	٪۱/۰۳	٪۵/۵۲	-٪ ۰/۰۴	٪۱/۳۹
شاخص سهام	۱۷۷	۳۵	٪۴/۳۸	٪۷/۵۶	٪۰/۸۹	٪۶/۷۲
مسکن	۳۸	۱۷۴	٪۲/۲۰	٪۱/۹۷	٪۱/۴۵	٪۱/۷۵

بازار مسکن در رژیم صعودی دارای میانگین بازدهی ماهانه ۱/۷۵ درصد و انحراف معیار ۱/۹۷ درصد و در رژیم نزولی دارای میانگین بازدهی ماهانه ۱/۴۵ درصد و انحراف معیار۲/۲۰ درصد است که نتایج آزمون برابری واریانس و میانگین نشان از عدم تفکیک مناسب رژیم‌ها در مسکن دارد. میانگین بازدهی رژیم صعودی بازار سهام طی کل دوره برابر ۶/۷۲ درصد و رژیم نزولی برابر ۰/۸۹ درصد و انحراف معیار رژیم صعودی برابر ۷/۵۶ درصد و رژیم نزولی برابر ۴/۳۸ درصد مشاهده شده است. در شکل ۲، تفکیک رژیم‌های صعودی و نزولی برای بازار سهام به خوبی قابل مشاهده است.



شکل ۲. روند بازدهی تجمعی (لگاریتمی) شاخص بورس تهران و رژیم‌های شناسایی شده

همان‌طور که در شکل ۲، قابل مشاهده است، نتایج پژوهش حاضر حاکی از شناسایی ۳۵ ماه رژیم صعودی (نواحی کم رنگ) و ۱۷۷ ماه رژیم نزولی (نواحی پررنگ) طی ۲۱۲ ماه بوده است.

در نهایت می‌توان ادعا نمود مدل رژیم–متغیر مارکف توانسته است رژیم‌های مختلف را برای طبقات دارایی سهام و دلار به خوبی شناسایی نماید و به نوعی همان‌طور که طبق شواهد تجربی انتظار می‌رفت کارآیی مدل را نشان می‌دهد. اما در طبقات دارایی مسکن و سکهٔ طلا ابهام بین تفاوت معنادار ساختار ریسک و بازدهی رژیم‌ها وجود دارد.

نتایج برازش مدل و تعیین ترکیب بهینهٔ پرتفوی

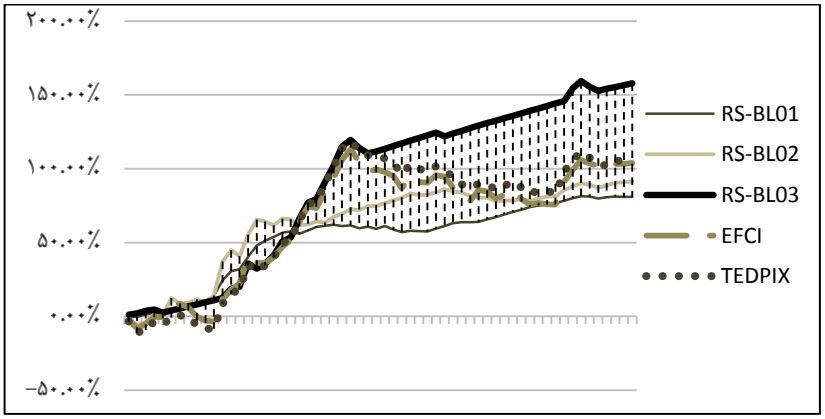
در ادامه اقدام به برازش مدل و حل مساله تخصیص دارایی در حالت‌های مختلف با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی ترکیبی مدل رژیم–متغیر و بلک–لیترمن در دورهٔ خارج نمونه شده است. ابتدا با در نظر گرفتن تمامی طبقات دارایی در چارچوب مدل ترکیبی رژیم–متغیر و بلک–لیترمن به تخصیص پویای اوزان پرداخته شده است که به اختصار مدل RS-BL01 نام‌گذاری شده است. تخصیص دارایی در عمل با محدودیت‌هایی در حجم و مدت زمان سرمایه‌گذاری مواجه است. در واقع سرمایه‌گذاری در دارایی‌هایی با نقدشوندگی پایین از جمله مسکن نیازمند افق زمانی بلندمدت هستند. از اینرو هنگام به‌کارگیری سیاست‌های تخصیص دارایی باید چنین محدودیت‌هایی لحاظ شوند (ادوارد و منجرکار، ۲۰۱۴). در ادامه نیز نتایج حاصل از برازش مدل رژیم–متغیر چندمتغیره با درنظر گرفتن تمامی طبقات دارایی اعم از سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی، سکهٔ

طلا، دلار، سهام و بدون لحاظ نمودن مسکن (RS-BL02) بیان می‌شود. برازش مدل سوم (RS-BL03) با استفاده از دو طبقهٔ دارایی سهام و سپردهٔ بانکی یک‌ساله صورت گرفته است. در جدول ۴، نتایج حاصل از تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها با رویکردهای مختلف در مقایسه با شاخص‌های ارزیابی عملکرد ارئه شده است.

جدول ۴. ارزیابی عملکرد رویکردهای مختلف طی ۶۰ ماه دورهٔ نمونه خارجی

مدل	RS-BL 01	RS-BL 02	RS-BL 03	EFCI	TEDPIX
رویکرد	تخصیص دارایی مبتنی بر			شاخص صندوق‌های سرمایه‌گذاری سهام	شاخص سهام
	همهٔ طبقات دارایی	همهٔ طبقات دارایی به‌جز مسکن	سهام–سپردهٔ بانکی یک‌ساله		
بازدهی کل	٪۸۰/۸۶	٪۹۱/۲۹	٪۱۵۷/۸۴	٪۱۰۳/۹۰	٪۱۰۵/۹۶
بازدهی سالیانه	٪۱۶/۱۷	٪۱۸/۲۶	٪۳۱/۵۷	٪۲۰/۷۸	٪۲۱/۱۹
میانگین بازدهی ماهانه	٪۱/۳۵	٪۱/۵۲	٪۲/۶۳	٪۱/۷۳	٪۱/۷۷
انحراف معیار	٪۲/۲۸	٪۴/۴۷	٪۴/۱۷	٪۶/۲۷	٪۶/۰۰
معیار شارپ	−۰/۰۶۸۷	۰/۰۰۳۴	۰/۲۶۸۱	۰/۰۳۵۷۷	۰/۰۴۳۰

در طی ۶۰ ماه نمونهٔ خارجی میانگین بازدهی ماهانهٔ رویکرد RS-BL03 برابر ۲/۶۳ درصد در مقابل میانگین بازدهی ماهانه ۱/۷۳ درصد شاخص ترکیبی صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام مشاهده شده است. شکل ۳، مقایسهٔ سطح بازدهی تجمعی رویکردهای مختلف را نشان می‌دهد.



شکل ۳. نتایج مدل‌های مختلف برازش شده در مقایسه با شاخص ارزیابی عملکرد

در مجموع ۶۰ ماه دورهٔ خارج نمونه، رویکرد سوم مدل ترکیبی رژیم–متغیر و بلک–لیترمن (استراتژی سهام–سپرده بانکی یک‌ساله) با ۱۵۷ درصد دارای بیشترین بازدهی تجمعی است و نسبت به شاخص ترکیبی صندوق‌های سرمایه‌گذاری و شاخص کل سهام، عملکرد بهتری داشته است. شایان ذکر است نتایج برازش مدل‌های چندمتغیره رژیم–متغیر و بلک–لیترمن در رویکردهای اول و دوم عملکرد مناسبی نداشته است. همچنین انحراف معیار رویکرد سوم برابر ۴/۱۷ درصد در طی ۶۰ ماه نمونهٔ خارجی در مقابل انحراف معیار ۶/۲۷ درصد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام، نشان از عملکرد بهتر مدل بر حسب ریسک دارد. به‌طور کلی از نظر معیار شارپ نیز پرتفوی حاصل از رویکرد سوم (RS-BL03) عملکرد مطلوب‌تری نسبت به سایر رویکردها داشته و می‌توان ادعا نمود که رویکرد پیشنهادی بازدهی تعدیل شده بر حسب ریسک مطلوب‌تری دارد.

نتایج پژوهش حاضر مؤید کارایی تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها با استفاده از رویکرد ترکیبی مدل رژیم–متغیر مارکف و بلک–لیترمن در عمل است که توانسته تغییرات رژیم‌ها را با اعتبار قابل قبولی شناسایی نماید.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

از مهمترین چالش‌های مورد بحث مدیریت سرمایه‌گذاری، اهمیت نسبی تخصیص دارایی در مقابل انتخاب سهام است و از سوی دیگر تغییرات رژیم‌ها تخصیص دارایی سنتی را با چالش جدی مواجه نموده و منجر به تغییرات با اهمیت در رفتار ریسک و بازدهٔ طبقات دارایی می‌شود که نیاز به یک رویکرد منعطف‌تر دارد. هدف پژوهش حاضر توسعهٔ یک چارچوب مناسب برای مدلسازی استراتژی تخصیص دارایی پویا با در نظر گرفتن تغییرات رژیم‌ها است. با توجه به مدل رژیم–متغیر توسعه‌یافته توسط همیلتون (۲۰۰۵) و بهینه‌سازی بلک و لیترمن (۱۹۹۲) اقدام به توسعهٔ یک مدل ترکیبی از رژیم–متغیر مارکف و بلک–لیترمن برای تخصیص بهینه در طبقات مختلف دارایی در ایران شده است.

نتایج پژوهش نشان از وجود تخصیص بهینهٔ متفاوت اوزان در طبقات دارایی با توجه به رژیم‌های مختلف دارد که در طول زمان نیز متغیر است. به عبارتی به دلیل وجود ساختار متفاوت ریسک و بازدهی در هر رژیم صعودی یا نزولی، تخصیص اوزان بهینهٔ متفاوتی در طول زمان مشاهده شده است. در نهایت نتایج رویکرد تخصیص دارایی مبتنی بر مدل ترکیبی بلک–لیترمن و رژیم–متغیر با در نظر گرفتن دو طبقه دارایی سهام–سپردهٔ یک‌سالهٔ بانکی، از نظر بازدهی و از نظر عملکرد مبتنی بر ریسک (معیار شارپ) بر سایر رویکردها برتری داشته است.

به‌طور کلی می‌توان بیان نمود بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته توسط انگ و بکارت (۲۰۰۲، ۲۰۰۴)، گایدولین و تیمرمن (۲۰۰۳ و ۲۰۰۷)، گارسیا (۲۰۱۲)، ژو و ژو (۲۰۱۳)، زاکامولین (۲۰۱۴) و نیستراپ، مدسن، لیندسورم و هانسن (۲۰۱۵) توانایی بالقوه مدل رژیم-متغیر برای مدلسازی وضعیت بازار به رژیم‌های صعودی و نزولی و در نهایت استفاده از این مدل در قیمت‌گذاری دارایی‌ها، تخصیص دارایی، مدلسازی ریسک و مدیریت ریسک بیان نموده‌اند که نتایج پژوهش حاضر نیز با بیشتر شواهد تجربی گذشته مطابقت دارد.

همچنین نتایج مدلسازی استراتژی تخصیص دارایی مبتنی بر سهام-سپردهٔ بانکی مؤید فزونی اهمیت تخصیص دارایی در مقابل سهام است که در پژوهش‌های گذشته (ایدزورک،۲۰۱۰) به آن اشاره شده است. با توجه به کارآیی مدل یاد شده بر مبنای استراتژی سهام-سپرده بانکی در بازار سرمایه ایران پیشنهاد می‌شود تا مدیران سرمایه‌گذاری و مشارکت‌کنندگان حرفه‌ای قبل از انتخاب سهام به اهمیت تصمیمات استراتژیک تخصیص اوزان در طبقات اصلی دارایی توجه بیشتری نموده و با ایجاد ابزارهای تحلیلی و زیرساخت‌های فنی و تخصصی از مدل‌هایی همچون رویکرد یاد شده برای توسعهٔ مدیریت سرمایه‌گذاری بهینه در ایران استفاده نمایند.

منابع

قلی‌زاده، ع.، و کمیاب، ب. (۱۳۹۴). تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها با فرض نااطمینانی‌های اقتصاد کلان و تحریم‌های بین‌المللی علیه ایران. تحقیقات اقتصادی، ۵۰(۴)، ۹۵۹-۹۸۸.

نادمی، ی.، ابونوری، ا.، و علمی، ز. (۱۳۹۴). ارائهٔ یک الگوی هشدار پیش از وقوع نوسانات شدید در بازار سهام تهران: رویکرد مارکوف سوئیچینگ گارچ. فصلنامهٔ علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۸(۲۸)، ۲۷-۴۰.

References

Ang, A., & Bekaert, G. (2002). International Asset Allocation with Regime Shifts. Review of Financial Studies, 15(4), 1137-1187.

Ang, A., & Bekaert, G. (2004). How do Regimes Affect Asset Allocation? Financial Analysts Journal, 60(2), 86-99.

Black, F., & Litterman, R. B. (1992). Global Portfolio Optimization. Financial Analyst Journal, 48(5), 28-43.

Black, F., & Litterman, R. B. (1999). The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, Goldman Sachs Quantitative Resources Group.

Bulla, J., Mergner, S., Bulla, I., Sesboue, A., & Chesneau, C. (2011). Markov-Switching Asset Allocation: Do Protable Strategies Exist? The Journal of Asset Management, 12(5), 310-321.

Edwards, P., & Manjrekar, C. (2014). Asset Allocation Survey, Mercer.

Ender, S. (2017). Stock Index Hedging using a Trend and Volatility Regime-switching Model Involving Hedging Cost. International Review of Economics and Finance, 47(1), 233-254.

Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M., & Gupta, F. (2008). Portfolio Selection, Handbook of finance, John Wiley & Sons.

Fischer, E. O., & Murg, M. (2015). A Combined Regime-switching and Black–litterman Model for Optimal Asset Allocation. Journal of Investment Strategies, 3(4), 1-36.

Garcia, R. (2012). Asset Allocation Decisions in the Presence of Regime Switches, Working paper, The Princeton university.

Garcia, R., & Perron, P. (1996). An Analysis of the Real Interest Rate under Regime Shifts. Review of Economics and Statistics, 78(1), 111–125.

Gholizadeh, A., & Kamyab, B. (2015). Optimal Asset Allocation in the Presence of Macroeconomic Uncertainties and International sanctions against Iran. Journal of Economic Researches, 50(4), 959-988. (In Persian)

Guidolin, M., & Ria, F. (2011). Regime Shifts in Mean-variance Efficient Frontiers: Some International Evidence. Journal of Asset Management 12(5), 322-349.

Guidolin, M., & Timmermann, A. (2003). Strategic Asset Allocation under Multivariate Regime Switching. Manuscript, Department of Economics, University of California San Diego.

Guidolin, M., & Timmermann, A. (2007). Asset Allocation under Multivariate Regime Switching. Journal of Economic Dynamics and Control, 11(31), 3503-3544.

Hamilton, J. (2005). What's Real About the Business Cycle? Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 87(1), 435–452.

Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. Econometrica, 57(2), 357-384.

Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press.

Hamilton, J. D. (2008). Regime-switching Models. In The New Palgrave Dictionary of Economics, Durlauf, S. N., and Blume, L. E. (eds), 2nd edn. Palgrave Macmillan.

Idzorek, T. M. (2005). A Step-by-Step Guide to the Black–Litterman Model. In Forecasting Expected Returns in the Financial Markets, Satchell, S. (ed), 17–38. Elsevier.

Idzorek, T. M. (2010). Asset Allocation is king, Morningstar Advisor paper.

Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2012). Regime Shifts: Implications for Dynamic Strategies (Corrected). Financial Analysts Journal, 68(3), 22-39.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. Journal of Finance, 7(1), 77-91.

Nademi Y., Aboanvari A., & Elmi, Z. (2015). Introducing an Early Warning System for High Volatility in Tehran Stock Exchange: Markov Switching GARCH Approach. Journal of Financial Knowledge of Security Analysis, 8(28), 27-40. (In Persian)

Nystrup, P., Madsen, H., Lindström, E., & Hansen, W. (2015). Regime-Based Versus Static Asset Allocation: Letting the Data Speak. The Journal of Portfolio Management, 42(1), 103-109

Perlin, M. (2016). MS_Regress: The MATLAB Package for Markov Regime Switching Models. Available at SSRN 1714016.

Saunders, D., Seco, L., Vogt, C., & Zagst, R. (2013). A Fund of Hedge Funds under Regime Switching. Journal of Alternative Investments 15(4), 8–23.

Tu, J. (2010). Is Regime Switching in stock returns important in portfolio decisions. Journal of Management Science 56(7), iv–1215.

Zakamulin, V. (2014). Dynamic Asset Allocation Strategies Based on Unexpected Volatility. J. Alternative Investments, 16(4), 37–50.

Zhu, X., & Zhu, J. (2013). Predicting Stock Returns: A Regime-Switching Combination Approach and Economic Links. Journal of Banking & Finance, 37(11), 4120–4133.