Journal of Risk Modeling and Financial Engineering
مدلسازی ریسک و مهندسی مالی
دانشگاه خاتم
دورهٔ ۲، شمارهٔ ۲
تابستان ۱۳۹۶
ص. ۲۲۵-۲۴۱

مدل‌بندی بیزی حباب‌های قیمتی در بازار سهام ایران

رضا حبیبی[1]، محمدرضا صالحی‌راد[2]، محمد زارع‌پور[3]

چکیده: حباب‌های قیمتی از عوامل مخرب هر بازاری به شمار می‌آیند. روش‌های گوناگونی آماری و اقتصادی برای تشخیص حباب‌های قیمتی وجود دارد. این مدل‌ها به طور معمول از پیچیدگی‌های ریاضی رنج می‌برند. در این مقاله، یک مدل آماری ساده به منظور شناسایی حباب‌های قیمتی در بازارهای سهام ارائه می‌شود. به واسطهٔ برآورد پارامترهای زمان متغیر مدل از جمله احتمال‌های انتقال، می‌توان تشخیص داد که چه وقت و به چه میزانی یک حباب که به تازگی شکل گرفته رشد کرده و چه هنگامی می‌ترکد. پارامترهای مدل یاد شده از طریق محاسبات بازگشتی قابل برآورد است. همچنین از آنجا که این محاسبات به حجم عظیمی از حافظهٔ کامپیوترهای استاندارد نیاز دارد، تقریبی از محاسبات ارائه داده می‌شود که ویژگی بازگشتی بودن برآوردها را حفظ می‌کند. در پایان، برای تشخیص حباب، مدل در بازارهای بورس ایالات متحده، ژاپن و چین به کار گرفته شده و همچنین برای داده‌های بازار سهام ایران هم مورد استفاده قرار می‌گیرد. از مزایای این مدل، می‌توان به سادگی، روابط بازگشتی، تقریب روابط بازگشتی، استفاده از استنباط بیزی اشاره نمود. نتایج تجربی نیز نشان‌دهندهٔ کارایی این روش در شناسایی حباب‌های قیمتی است.

واژه‌های کلیدی: بازار سهام، مدل‌بندی بیزی، حباب‌های قیمتی.

JEL: G23, G32

۱. استادیار گروه بانکداری دانشکدهٔ بانکداری، مؤسسهٔ عالی آموزش بانکداری ایران، تهران، ایران
۲. دانشیار، دانشکدهٔ اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۳. کارشناسی ارشد آمار، دانشکدهٔ اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۸/۱۴ **تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۱/۲۰**

نویسندهٔ مسئول: رضا حبیبی **E-mail: r_habibi@ibi.ac.ir**

نحوه استناد به این مقاله : حبیبی، ر.، صالحی راد، م. ر.، و زارع‌پور، م. (۱۳۹۶). مدل‌بندی بیزی حباب‌های قیمتی در بازار سهام ایران. فصلنامهٔ مدلسازی ریسک و مهندسی مالی، ۲(۲)، ۲۲۵-۲۴۱.

مقدمه

بازارهای مالی به ویژه بازار سرمایه از مهم‌ترین ابزارهای تجهیز و تخصیص منابع مالی به شـمار می‌روند. نظر به اهمیت راهبردی مالی و اقتصادی این بازار هرگاه اختلال و انحـراف گسـترده‌ای در آن رخ دهد منابع مالی کشور با مسائل جدی مواجه می‌شود. یکی از عوامل به‌وجود آورندهٔ این مسائل، حباب قیمتی است، در واقع اساس و جوهرهٔ حباب قیمت‌ها براساس واکنشـی اسـت کـه نسبت به افزایش قیمت‌ها صورت می‌گیرد. به این ترتیب که افزایش قیمت‌ها منجر بـه افـزایش اشتیاق سرمایه‌گذاران، افزایش تقاضا و در نتیجه افزایش دوبارهٔ قیمت‌ها می‌شود. افـزایش تقاضـا بر دارایی‌ها نتیجهٔ ذهنیت مردم از بازدهی بالای اوراق بهادار در گذشته و خوش‌بینی آن‌ها نسبت به دریافت بازدهٔ بالا درآینده است. همین بازخورد افزایش قیمت‌ها است که باعث بالارفتن مجدد قیمت‌ها بیش از میزان طبیعی می‌شود.

در این مقاله رفتار حباب‌ها به‌وسیلهٔ روش‌های آماری مدل‌سازی شده است. در استنباط بیـزی پارامترهای مدل به عنوان متغیرهای تصادفی با توزیع‌های اولیـه (توزیـع‌هـای پیشـین) در نظـر گرفته می‌شوند و با استفاده از قانون بیز برای استنباط نهایی و برآورد پارامترها، توزیع‌های پسـین محاسبه می‌شوند. استنباط بیزی در بسیاری از مسائل از جملـه سـری‌هـای زمـانی مـالی ظـاهر می‌شوند. سری‌های زمانی، سری داده‌هایی هستند که در طول زمان ثبـت مـی‌شـوند و بـه هـم ارتباط دارند. می‌توان از اثر زمانی که داده‌ها بر روی یکدیگر می‌گذارند مدل و نظمی را بـه‌دسـت آورد و آینده را پیش‌بینی کرد. پیش‌بینی در بسیاری از مسائل اقتصادی و مالی پدید می‌آید، از آن جمله حباب قیمتی از جنجـال برانگیزتـرین و مهـم‌تـرین موضـوعاتی اسـت کـه قـدمت آن بـه شکل‌گیری اولین بازار سرمایه در شکل نوین آن برمی‌گردد. موضوع بحث پیش‌بینی ایجـاد و یـا عدم ایجاد حباب در بازارهای مالی است. منظور از حباب یک اثر بزرگ و یا کوچک نیست بلکـه در ادبیات مالی حباب به وضعیتی گفته می‌شود که قیمت بازار یک کالا با تفاوت فاحشـی نسـبت به ارزش ذاتی آن معامله شود که غیرقابل پیش‌بینی است. موضوع حباب در بازارهای مالی بـرای منافع فردی، همواره مطرح بوده و شدت و ضـعف آن در بازارهـا در دوره‌هـای مختلـف متفـاوت است.

شواهد مبین آن است که هر چند بحث دستکاری اوراق بهادار در اوایل قرن بیسـتم از عمـدهٔ چالش‌های فراروی بازارهای توسعه‌یافتـهٔ امـروزی بـوده، بـه‌واسـطهٔ تصـویب قـوانین مناسـب و مکانیسم‌های نظارتی اثربخش، بسیاری از اشکال دستکاری در بـازار اوراق بهـادار ایـن کشـورها محدود شده است، در مقابل، بیشتر بازارهای نوظهور، به علـت ضـعف در سـامانه‌هـای قـانونی و مکانیسم‌های نظارتی خود، به طور گسترده با همهٔ اشکال بروز حباب مواجه هسـتند کـه یکـی از

عوامل مهم در عدم تکامل بازار سرمایه و نبود اعتماد عمومی به این بازارها است. در نتیجه عدم حضور گسترده و بلندمدت سرمایه‌گذاران، وجود نوسان‌های مقطعی و شدید، نگرش کوتاه‌مدت برای سرمایه‌گذاری و نقش کم‌رنگ آن در توسعهٔ اقتصادی از جمله پیامدهای نامطلوبی است که به طور وسیع در بعد کلان اقتصاد این نوع کشورها منعکس می‌شود. در این پژوهش سعی شده است که با تعریف و توصیف حباب بازار و مشاهدهٔ روند متغیرهای مفروض تأثیرگذار با استفاده از استنباط بیزی در مدل‌بندی و پیش‌بینی حباب‌های قیمتی بتوان الگوی رفتاری حباب قیمت در بازار بورس امریکا و ایران را مشخص ساخت.

از جمله پژوهش‌های اساسی در زمینهٔ حباب‌های قیمتی می‌توان به مقاله‌های هریسون و استیونس (۱۹۷۱) اشاره کرد، در این پژوهش‌ها یک مدل آماری، به‌منظور تشریح تغییرات ناگهانی در روند شیب و جهت یک سری زمانی، مدل خطی پویا را ارائه کرده است. دیگل و زیگر (۱۹۸۹)، یک مدل مشابه ارائه دادند که وابستگی داده‌ها را در مدل احتمال در نظر می‌گیرد. گوتیرز(۲۰۱۱)، یک روش مبتنی بر روش خودگردان برای محاسبهٔ توزیع نمونهٔ متناهی آزمون مجانبی فیلیپس و یو (۲۰۱۱) ارائه داد.

سرکیوتی و کانستاتینی(۲۰۱۱)، داده‌های ۱۸ کشور را با استفاده از روش ریشهٔ واحد تابلویی (پانلی) و هم‌جمعی مورد تحلیل قرار دادند و به حباب‌هایی در طول سال‌های ۱۹۹۲ تا ۲۰۱۰ دست یافتند. ال-آناواش و ویلفلینگ (۲۰۱۱)، مدل‌های فضای حالت با استفاده از فرض مارکوف سوئیچینگ را به داده‌های شبیه‌سازی شده و پایگاه داده‌های واقعی بین‌المللی به کار بردند. همهٔ این مدلها ساختار پیچیده ای دارند و به طور کلی احتمال تشکیل حباب را در نظر نمی‌گیرند و یا حتی در صورت در نظر گرفتن احتمال تشکیل حباب، وابستگی آن را با داده‌های قیمت در نظر نمی‌گیرند. با لحاظ این نکات به عنوان شکاف دانشی در این مورد، در این مقاله یک روش ساده آماری با تفسیر بسیار ملموس و با در نظر گرفتن وابستگی احتمال تشکیل حباب به قیمت دارایی‌های مالی ارائه می‌شود.

از جمله نتایج این مقاله می‌توان گفت که با یک مدل آمیختهٔ سری زمانی به مدل‌بندی حباب قیمتی پرداخته می‌شود.

در واقع انحراف قیمت موجود (قیمت یک دارایی مالی) از میزان واقعی خود، دارای احتمالی صفر است و با یک منهای احتمال قبلی، دارای ضریبی از انحراف قیمت در دورهٔ قبلی است.

بدین صورت مدلی آمیخته برای انحراف قیمت از میزان واقعی ساخته می‌شود که با تعیین احتمال‌های پیشین برآورد پسین از احتمال حباب ارائه می‌شود. در این مقاله داده‌های ماهانهٔ شاخص کل بورس ایران از فروردین سال ۱۳۸۷ تا شهریور سال ۱۳۹۳ بررسی شده و نتایج

حاکی از وجود حباب قیمتی در شاخص کل است. بدین منظور مدل رگرسیونی بین لگاریتم شاخص کل و لگاریتم شاخص اسمی درآمد ناخالص ملی و نرخ سود بانکی برازش می‌کنیم. نتایج پژوهش نشان از وجود یک حباب قیمت در شاخص کل است.

ساختار مقاله در ادامه بدین صورت است. در بخش دوم ابتدا در مورد ادبیات موضوع و مفهوم حباب قیمتی و همچنین پیشینهٔ پژوهش ارائه می‌شوند. در بخش سوم با استفاده از یک مدل آمیختهٔ سری زمانی حباب قیمتی مدل شده و برآوردهای بیزین از توزیع پسین به‌دست می‌آیند. در این بخش روابط برای برآورد پارامترها بیشتر به‌صورت بازگشتی پیاده‌سازی می‌شوند. همچنین نتایج شبیه‌سازی نیز در این بخش بررسی می‌شوند. کاربرد مدل ارائه شده در بازار مالی ایران در بخش چهارم تبیین می‌شود. در نهایت نتایج حاصل در بخش پنجم بررسی می‌شوند.

پیشینهٔ پژوهش

حباب‌های قیمت، پژوهشگران حوزهٔ مالی را مجذوب خود کرده است. شناسایی حباب‌های قیمتی، در بازارهای سهام و مسکن، موضوع تعداد بسیاری از مقاله‌های نظری و تجربی مالی شده است. از دیدگاه نظری چنین روند قیمتی (نظیر یک مسیر قیمتی با شرط وجود حباب) انعکاس رفتارهای غیرمنطقی بنگاه‌های اقتصادی است و این‌گونه بنگاه‌ها باید توسط بنگاه‌های اقتصادی با رفتارهای منطقی از عرصهٔ رقابت بازار بیرون بروند.

یک حباب قیمتی با فاصله گرفتن سری زمانی قیمت از مقادیر اولیهٔ سری زمانی، مشخص می‌شود که این واگرایی منتج از سقوط ناگهانی در دنبالهٔ قیمت‌ها است. هنگامی که یک حباب در حال شکل‌گیری است مسیر زمانی قیمت‌ها در حال واگرایی است و زمانی که این سری زمانی سقوط می‌کند یک پرش در سری زمانی داده‌ها رخ می‌دهد. این ویژگی اگرچه در تعریف حباب خیلی مهم است اما کمتر موضوع پژوهش تحلیل‌های آماری بوده است. از نقطه نظر تجربی، سوال مورد علاقه این است که آیا سری زمانی قیمتی مورد نظر با فرض وجود حباب قیمتی در مدل بهتر از سایر مدل‌ها توصیف می‌شود. از این‌رو، بسیاری از روش‌های آماری به آزمون وجود (عدم وجود) مدت زمان حضور حباب پرداخته‌اند. این روش‌ها بیشتر مبتنی بر عدم ایستایی و یا وجود یک نقطهٔ تغییر در سری زمانی قیمت هستند (وست ۱۹۸۷).

هریسون و استیونس (۱۹۷۱) یک مدل آماری که مدل خطی پویا DLM نامیده می‌شود به‌منظور تشریح تغییرات ناگهانی در روند شیب و جهت یک سری زمانی ارائه دادند. آن‌ها یک مدل چند حالتی را که با وزن‌های احتمالی ترکیب می‌شوند ارائه دادند.

مدلی که در این مقاله بیان می‌شود را می‌توان به عنوان تعمیمی از مدل آن‌ها در نظر گرفت. این مدل چارچوبی است که در آن احتمال انتخاب هر مدل فقط به اطلاعات تاریخی سری‌زمانی قیمت مورد مطالعه بستگی دارد و از تقریب هریسون برای کاهش محاسبات و از تقریب‌های معین برای دقت برآورد معادلات بازگشتی استفاده خواهد شد.

دیگل و زیگر (۱۹۸۹)، یک مدل مشابه ارائه دادند که وابستگی داده‌ها را در مدل احتمال در نظر می‌گرفت. این مدل را در داده‌های مربوط به امراض متابولیسمی می‌توان به‌کار برد. مدل ارائه شده در این مقاله پیچیدگی‌های دیگری نیز دارد از جمله آن که پارامترهای مدل را زمان متغیر در نظر می‌گیرد و بنابراین برآورد پارامترها با استفاده از یک روش درست‌نمایی ساده قابل حصول نیست و در عوض از یک ره‌یافت بیزی بازگشتی برای محاسبات بهره‌برداری خواهد شد. سولیس (۲۰۰۶)، تغییرات در ایستایی در نسبت سود به قیمت در مورد شاخص مرکب اس اند پی را آزمون نمود. وی وجود شکست ساختاری در سری زمانی یاد شده را از یک سری زمانی تجمعی صفر $I(0)$ به تجمعی یک $I(1)$ آزمون نمود.

گورکایناک (۲۰۰۸) به این واقعیت اشاره داشت که نتایج تجربی بسیار گوناگون است و در واقع، به ازای هر مقاله‌ای که شواهدی از وجود حباب می‌یافت مقالات دیگری را می‌دید که برای همان داده‌ها مدلی بدون فرض وجود حباب به خوبی برازش داده شده بود. آندرسون، بروکس و کاتساریس (۲۰۱۰)، ملاک‌هایی برای وجود حباب در شاخص اس اند پی ۵۰۰ ارائه دادند و با یک مدل رژیم سوئیچینگ حباب‌ها را شناسایی کردند.

فیلیپس، وو و یو (۲۰۱۱) و فیلیپس و یو (۲۰۱۱) از رگرسیون بازگشتی پیشرو دوره به دوره به منظور دستیابی به شهودی در مورد وجود ریشهٔ واحد (فرض صفر) در مقابل برخی فرض‌های یک ناپایدار (به معنای وجود ریشهٔ مشخصه با اندازهٔ کمتر از یک است) استفاده نمود.

گوتیرز(۲۰۱۱)، یک روش مبتنی بر روش خودگردان برای محاسبهٔ توزیع نمونهٔ متناهی آزمون مجانبی فیلیپس، وو و یو (۲۰۱۱) ارائه داد. سرکیوتی و کانستاتینی (۲۰۱۱)، داده‌های ۱۸ کشور را با استفاده از روش ریشهٔ واحد تابلویی (پانلی) و هم‌جمعی مورد تحلیل قرار دادند و به حباب‌هایی در طول سال‌های ۱۹۹۲ تا ۲۰۱۰ دست یافتند. ال-آن‌اواش و ویلفلینگ (۲۰۱۱)، مدل‌های فضای حالت با استفاده از فرض مارکوف سوئیچینگ را به داده‌های شبیه‌سازی شده و پایگاه داده‌های واقعی بین‌المللی به کار بردند.

تا این که در سال۲۰۱۳، آساکو و لویی، مدلی ارائه دادند که مدل هریسون را کامل کرده و تداخل‌های نوفهٔ سفید را در مدل وارد کردند. که مدل آن‌ها در اینجا بررسی خواهد شد. آن‌ها از

یک مدل آمیخته که آمیخته‌ای از دو سری زمانی اتورگرسیو مرتبهٔ اول با پارامترهای زمانی متغیر و یک نوفهٔ سفید است، استفاده کرده‌اند.

در تحلیل اخیر، یک رابطهٔ بازگشتی برای احتمال رخ دادن حباب در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که در پیشنهٔ پژوهش دیده می‌شود اکثر پیچیدگی‌های آماری مرتبط با مرحلهٔ برآورد پارامترها از این فرض وابستگی به زمان برای پارامترها و احتمال رخ دادن حباب نشات می‌گیرد. حتی اگر یک مدل احتمالی ساده نیز برای احتمال رخ دادن حباب در نظر گرفته شود فرمول‌های بازگشتی حاصل باز هم به حجم زیادی از محاسبات نیاز دارد. بنابراین از دیدگاه عملی، باید یک تقریب معین از برآوردهای دقیق بازگشتی داشته که حجم محاسبات را کم کند.

روش‌شناسی پژوهش

به دنبال حل مسالهٔ حباب، پژوهش های زیادی بر روی حباب از جمله کشف شاخصی برای بررسی منطق حباب و ایجاد آزمون‌های مختلف آماری برای آزمون رفتار حباب در طی سال‌های متمادی انجام شده است. آساکو و لیو(۲۰۱۳)، مدلی ارائه دادند و تداخلات نوفهٔ سفید را در این مدل وارد کردند. آن ها از یک مدل آمیخته که آمیخته ای از دو سری زمانی اتورگرسیو مرتبهٔ اول با پارامترهای زمان متغیر و یک نوفهٔ سفید است، استفاده کردند.

مدل حباب قیمتی

رابطهٔ ۱، فرایند آمیختهٔ دو سری زمانی است. برای مدل‌بندی حباب‌های قیمتی که در این بخش بررسی می‌شود، فرایند آمیختهٔ زیر در نظر گرفته می‌شود.

رابطهٔ ۱)

$$x_t = \begin{cases} \beta_t x_{t-1} + u_t & \pi_t \\ u_t & 1-\pi_t \end{cases}$$

که در آن x_t دنباله‌ای از قیمت‌ها است که به عنوان تفاوت (انحراف) از مقادیر بنیادی (متغیرهای بازار) آن‌ها تعریف می‌شود و π_t احتمال این است که x_t از مدل اتورگرسیو تبعیت می‌کند که این احتمال به x_t و x_{t-1} بستگی دارند.

حباب u_t به‌عنوان دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با میانگین صفر و واریانس σ_u^2 (نامعلوم) در نظر گرفته می‌شود و ضریب β_t یک پارامتر وابسته به زمان است که تغییرات آن توسط فرایند قدم‌زدن تصادفی طبق رابطهٔ ۲، بیان می‌شود.

رابطهٔ ۲)

$$\beta_t = \beta_{t-1} + u_t$$

که $\beta_t = \beta_{t-1} + u_t$ دارای توزیع $N(0,\sigma_v^2)$ است و پارامتر σ_V^2، مانند σ_u^2 نامعلوم است. همچنین فرض می‌شود π_t در رابطهٔ ۱، صدق می‌کند، بنابراین رابطهٔ ۳، صادق است.

رابطهٔ ۳) $$\pi_t = e^{-\gamma-\alpha|x_{t-1}|}$$

در رابطهٔ ۳، α و γ پارامترهای نامعلوم هستند و در اثر افزایش قدر مطلق x_{t-1} کوچک می‌شود و در نتیجه احتمال تشکیل حباب افزایش می‌شود. به عنوان چند حالت خاص در شرایط مختلف، رفتار مدل را می‌توان مورد بررسی قرار داد. زمانی‌که $\alpha = 0$ باشد، آنگاه π_t فارغ از x_{t-1} بوده و بنابراین احتمال ترکیدن حباب ثابت است. زمانی‌که $\alpha = \gamma$ کل فرایند به‌وسیلهٔ مدل اتورگرسیو مرتبهٔ اول بیان می‌شود.

زمانی‌که γ بزرگ و $\beta = 0$ باشند فرایند به یک نوفهٔ سفید کاهش پیدا می‌کند و دیگر حبابی وجود نخواهد داشت. بنابراین با توجه به مدل بررسی شده و برآورد پارامترهای آن از طریق شیوهٔ بیزی می‌توان ویژگی‌های فرایند رابطهٔ ۱، را مورد بررسی قرارداد. در نتیجه به این صورت احتمال وقوع حباب در سری زمانی قیمت دارایی مالی نظیر سهام قابل پیش‌بینی است. این مدل یک مدل بسیار ساده برای مدل‌بندی حباب‌های قیمتی است و قابل تعمیم به بسیاری از مدل‌های پیچیده نیز است.

برآورد بازگشتی

حال شیوهٔ بازگشتی بیزی برای برآورد پارامتر مدل بررسی می‌شود. برای به‌دست آوردن برآوردی برای احتمال ادامه پیدا کردن حباب ابتدا باید ضرایب مدل را برآورد کرد. در رابطهٔ ۴، اندیکس ها را قرارداد می‌کنیم و برای این منظور، مقدار زیر در نظر گرفته می‌شود.

رابطهٔ ۴) $$\mathrm{X}^{\mathrm{t}} = [\mathrm{x}_{\mathrm{t}}, \mathrm{x}_{\mathrm{t-1}}, \ldots, \mathrm{x}_0] = [\mathrm{x}_{\mathrm{t}},, \mathrm{X}^{\mathrm{t-1}}]$$

$$\mathrm{I}^{\mathrm{t}} = [\mathrm{i}_1, \mathrm{i}_2, \ldots, \mathrm{i}_{\mathrm{t}}]$$

در شیوهٔ بیزی اگر تابع زیان را توان دوم خطا در نظر بگیریم، برآورد بیزی پارامترها برابر میانگین توزیع پسین است و رابطهٔ ۵، به‌دست می‌آید.

رابطهٔ ۵) $$\hat{\alpha}_{\mathrm{t}} = E(\alpha \mid X^t)$$

$$\hat{\beta}_{\mathrm{t}} = E(\beta_{\mathrm{t}} \mid X^t)$$

$$\hat{\gamma}_{\mathrm{t}} = E(\gamma_{\mathrm{t}} \mid X^t).$$

برآوردگر بیز احتمال تشکیل حباب به صورت رابطهٔ ۶ است.

رابطهٔ ۶)
$$\hat{\pi}_t^* = E(e^{-\gamma-\alpha|x_{t-1}|} \mid X^t)$$

با استفاده از قانون بیز تابع توزیع پسین $(\alpha, \beta_t, \gamma)$ به شرط X^t به صورت رابطهٔ ۷، به‌دست می‌آید.

رابطهٔ ۷)
$$p(\alpha, \beta_t, \gamma \mid X^{t-1}) = \frac{p(\alpha, \beta_t, \gamma \mid X^{t-1})\, p(x_t \mid \alpha, \beta_t, \gamma \mid X^{t-1})}{p(x_t \mid X^{t-1})}$$

که در رابطهٔ ۷، رابطه‌های ۸ و ۹ صادق است.

رابطهٔ ۸)
$$p(x_t \mid \alpha, \beta_t, \gamma, X^{t-1}) = e^{-\gamma-\alpha|x_{t-1}|} N_{x_t}(\beta_t\, x_{t-1}, \sigma_u^2) +$$
$$(1-e^{-\gamma-\alpha|x_{t-1}|}) N_{x_t}(0, \sigma_u^2)$$

رابطهٔ ۹)
$$p(\alpha, \beta_t, \gamma \mid X^{t-1}) = \sum_{I^t} f(I^{t-1}) g(I^{t-1}) p_{I^{t-1}}(\alpha, \gamma \mid X^{t-1})$$
$$N_{x_t}(\hat{\mu}(I^{t-1}), \sigma^2(I^{t-1}) + \sigma_v^2).$$

توزیع پسین احتمال $p(\alpha, \beta_t, \gamma \mid X^t)$ به طور خلاصه به صورت رابطهٔ ۱۰، بیان می‌شود.

رابطهٔ ۱۰)
$$p(\alpha, \beta_t, \gamma \mid X^t) = \sum_{I^t} f(I^t) g(I^t) p_{I^t}(\alpha, \gamma \mid X^t)$$
$$N_{\beta_t}(\hat{\mu}(I^{t-1}), \sigma^2(I^{t-1}) + \sigma_v^2).$$

که در آن رابطهٔ ۱۱، صادق است.

رابطهٔ ۱۱)
$$p_{I^t}(\alpha, \gamma \mid X^t) = \left[\left(\hat{c}_0 - \textstyle\sum_{s=0}^{t-1} \delta(i_s)\right) e^{-\left(\hat{c}_0 - \sum_{s=0}^{t-1}\delta(i_s)\right)\gamma}\right]$$
$$\left[\left(a_0 - \textstyle\sum_{s=0}^{t-1} |x_s| \delta(i_s)\right) e^{-\left(a_0 - \sum_{s=0}^{t-1}|x_s|\delta(i_s)\right)\alpha}\right].$$

و متغیرها به شکل رابطهٔ ۱۲، تعریف می‌شوند.

رابطهٔ ۱۲)
$$\begin{cases} f(I^{t-1}, 1) = \dfrac{f(I^{t-1})}{p(x_t \mid X^{t-1})} \\ \times N_{x_t}\left(\mu(I^{t-1}) x_{t-1}, \left(\hat{\sigma}^2(I^{t-1}) + \sigma_v^2\right) x_{t-1}^2 + \sigma_u^2\right) \\ f(I^{t-1}, 2) = -f(I^{t-1}, 3) = -\dfrac{f(I^{t-1})}{p(x_t \mid X^{t-1})} N_{x_t}(0, \sigma_u^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(I^t)=g(I^{t-1},i)=g(I^{t-1})\left[\dfrac{a_0-\sum_{s=0}^{t-1}|x_s|\delta(i_s)}{a_0-\sum_{s=0}^{t-1}|x_s|\delta(i_s)}\right]\left[\dfrac{c_0-\sum_{s=0}^{t-1}\delta(i_s)}{c_0-\sum_{s=0}^{t-1}\delta(i_s)}\right] \\ \qquad =\left[\dfrac{a_0}{a_0-\sum_{s=0}^{t-1}|x_s|\delta(i_s)}\right]\left[\dfrac{c_0}{c_0-\sum_{s=0}^{t-1}\delta(i_s)}\right]. \end{cases}$$

میانگین‌ها و واریانس‌های بازگشتی توزیع پسین به‌صورت رابطهٔ ۱۳، در نظر گرفته می‌شود.

رابطهٔ ۱۳)

$$\begin{cases} \hat{\mu}(I^{t-1},1)=\dfrac{\left(\hat{\sigma}^2(I^{t-1})+\sigma_v^2\right)x_{t-1}x_t+\sigma_u^2\hat{\mu}(I^{t-1}))}{\left(\hat{\sigma}^2(I^{t-1})+\sigma_v^2\right)x_{t-1}^2+\sigma_u^2)} \\ \hat{\mu}(I^{t-1},2)=\hat{\mu}(I^{t-1},3)=\hat{\mu}(I^{t-1}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{\sigma}^2(I^{t-1},1)=\dfrac{\left(\hat{\sigma}^2(I^{t-1})+\sigma_v^2\right)\sigma_u^2}{\left(\hat{\sigma}^2(I^{t-1})+\sigma_v^2\right)x_{t-1}^2+\sigma_u^2)} \\ \hat{\sigma}^2(I^{t-1},2)=\hat{\sigma}^2(I^{t-1},3)=\hat{\sigma}^2(I^{t-1}) \end{cases}$$

برآورد بیز پارامترها با استفاده از احتمال $p(\alpha,\beta_t,\gamma\mid X^t)$ به‌صورت رابطهٔ ۱۴، بـه‌دسـت می‌آید.

رابطهٔ ۱۴)

$$\hat{\alpha}_t=E(\alpha\mid X^t)=\sum_{I^t}\frac{1}{\hat{a}_0-\sum_{s=0}^{t-1}|x_s|\delta(i_s)}f(I^t)g(I^t)$$

$$\hat{\beta}_t=E(\beta_t\mid X^t)=\sum_{I^t}f(I^t)g(I^t)\mu(I^t)$$

$$\hat{\gamma}_t=E(\gamma_t\mid X^t)=\sum_{I^t}\frac{1}{\hat{c}_0-\sum_{s=0}^{t-1}\delta(i_s)}f(I^t)g(I^t).$$

مقدار احتمال انتظاری ادامه پیداکردن حباب به شکل رابطهٔ ۱۵ است.

رابطهٔ ۱۵)

$$\hat{\pi}_t^*=E(e^{-\gamma-\alpha|x_{t-1}|}\mid X^t)\sum_{I^t}\frac{\hat{a}_0 f(I^t)g(I^t)}{\hat{a}_0+|x_{T-1}|g(I^t)}$$

برآورد واریانس ضریب اتورگرسیو مدل از رابطهٔ ۱۶،حاصل می‌شود.

رابطهٔ ۱۶)

$$\hat{\sigma}_t^2=E(\beta_t\mid X^t)=\sum_{I^t}f(I^t)g(I^t)\sigma(I^t)$$

شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی x_t (اختلاف قیمت‌ها) از گام‌های زیر استفاده می‌شود.

گام ۱. حجم نمونه را تعیین کرده و دنباله نوفه‌های سفید u_t و v_t با مقدار واریـانس مشـخص به تعداد از قبل تعیین شده شبیه‌سازی می‌شوند.

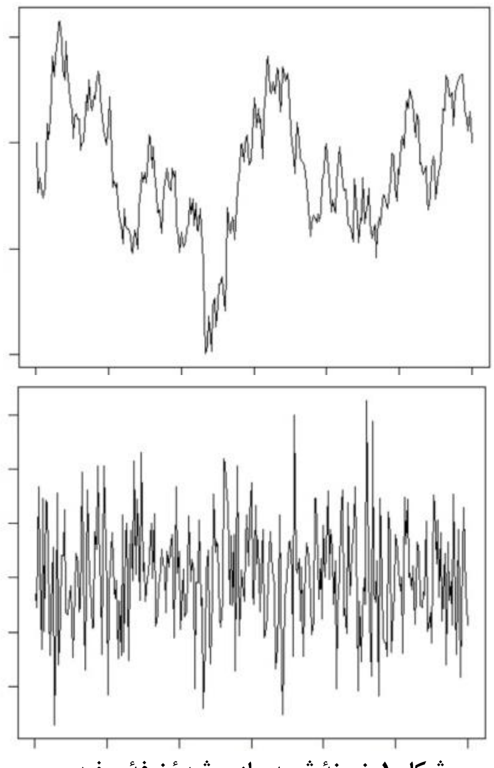
گام ۲. β_t با واریانس مشخص شده در گام ۱، ساخته می‌شود.

گام ۳. مقادیر اولیه α و γ و تعداد داده‌های مورد نظر برای تولید احتمـال حبـاب $\hat{\pi}_t$ در نظـر گرفته می‌شود.

گام ۴. در این گام دنبالهٔ سری آمیخته در رابطهٔ ۱، با احتمال ساخته شده از پارامترهای α و γ در گام ۳، تک تک مقادیر باقی‌مانده تولید می‌شود.

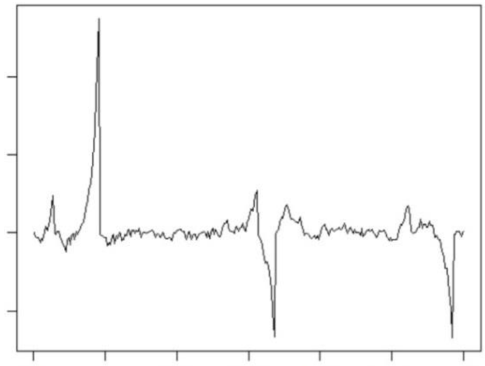
حالت‌های خاص

اگر فرض شود دو نوفهٔ سفید u_t, v_t در گـام اول شـبیه‌سـازی شـده باشـند. آنگـاه در گـام ۲، به‌وسیلهٔ نوفه سفید u_t به‌دست آمده از گام قبلی، ضـریب اتورگرسـیو مرتبـهٔ اول β_t بـه‌دسـت می‌آید در شکل ۱، نوفهٔ سفید u_t و ضریب اتورگرسیو مرتبهٔ اول به‌دسـت آمـده از آن بـه تصـویر کشیده شده است.



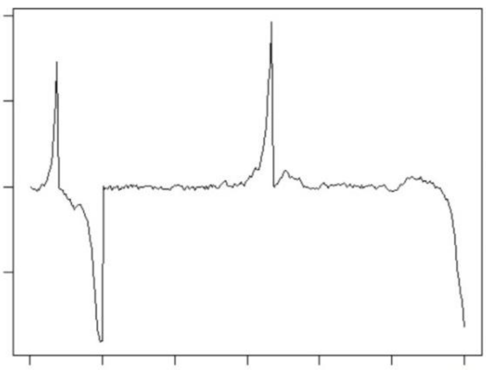
شکل ۱. نمونهٔ شبیه‌سازی شدهٔ نوفهٔ سفید

حال با مقادیر مختلف پارامترها که در مدل توصیف شده بود با شبیه‌سازی محاسبات رایانه ای x_t تولید می‌شود. زمانی که $\alpha = 0$، آنگاه π_t مستقل از x_{t-1} خواهد بود و احتمال ترکیدن حباب ثابت است اما اگر $\alpha = 0.9$ و $\gamma = 0.01$ باشند، آنگاه احتمال ترکیدن حباب زیاد و x_t بسیار زیاد از مقادیر قبلی خود تاثیری‌پذیر خواهد بود این حالت در شکل ۲، مشاهده می‌شود.



شکل ۲. مقادیر شبیه‌سازی شدهٔ x_t با $\alpha = 0.9$ و $\gamma = 0.01$

زمانی‌که $\alpha = \gamma = 0$ مقادیر شبیه‌سازی شده x_t به وسیله اتورگرسیو مرتبهٔ اول بیان می‌شود. مقادیر شبیه‌سازی شده در شکل ۳، مشاهده می‌شود. در این شکل تاثیر بالای مقادیر x_t از β_t و ناپایداری حباب در هر مقطع شکل‌گیری، قابل مشاهده است. زمانی‌که γ بزرگ و $\beta_t = 0$، باشد مقادیر شبیه‌سازی شدهٔ x_t به یک نوفهٔ سفید تبدیل می‌شود و دیگر حبابی وجود نخواهد داشت.



شکل ۳. مقادیر شبیه‌سازی شدهٔ x_t با $\alpha = \gamma = 0$

یافته‌های پژوهش

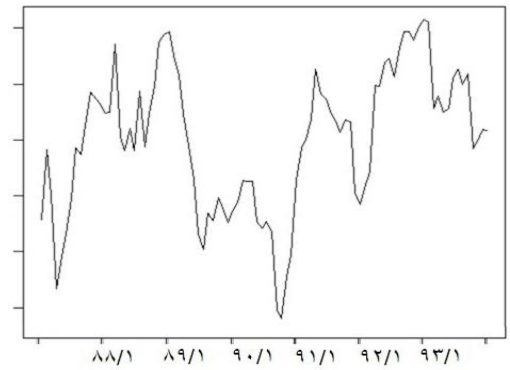
در مقالهٔ آساکو و لویی (۲۰۱۳)، رابطهٔ ۱۷ بر روی بازار سهام آمریکا و ژاپن و چین به‌کار برده شده است. در این مقاله نیز برای بازار سهام ایران به کار برده می‌شود. آساکو و لویی برای سادگی و برقرار کردن سازگاری بیشتر تنها از دو فاکتور شاخص اسمی درآمد ناخالص ملی و نرخ سودبانکی،که عوامل بنیادین را منعکس می‌کند به عنوان پژوهش‌های پایه، بهره‌برداری کردند. بنابراین برای حذف حرکات نوسانی مرتبط به عوامل بنیادی، لگاریتم داده‌های اصلی ماهانهٔ قیمت شاخص سهام (نمودار با میانگین‌های ترسیم شده هر ماه) را با رابطهٔ ۱۷، روی سطح نرخ سود و لگاریتم درآمد ناخالص کشور رگرسیون کردند.

$$\text{Ln(index)} = \text{constant} + \text{a} + \text{InterestRate} + \text{b Ln(GDP)}$$ رابطهٔ ۱۷)

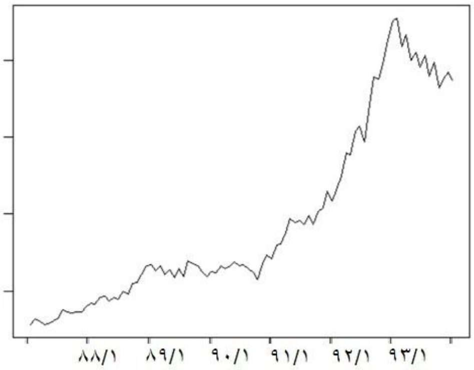
در این مقاله داده‌های ماهانهٔ شاخص کل بازار بورس ایران از فروردین سال ۱۳۸۷ تا شهریور سال ۱۳۹۳ را در اختیار گرفته و در ادامه ضرایب آن برآورد می‌شود. نتایج برآورد شده در رابطهٔ ۱۸، نشان داده شده است.

$$\ln(P_t) = -3.71_{(-4.36)} - 0.02r_{t(-4.36)} + 1.27\ln Y_{t(7.82)}$$ رابطهٔ ۱۸)

$\overline{R}^2 = 0.765$ جایی که P_t(شاخص کل) و r_t (نرخ اوراق مشارکت بانک مرکزی) و Y_t (نرخ تولید ناخاص) است و اعداد داخل پرانتز آماره آزمون t-statistics هستند. شاخص‌کل در شکل ۴، دیده می‌شود.



شکل ۴. شاخص کل مقادیر قیمت



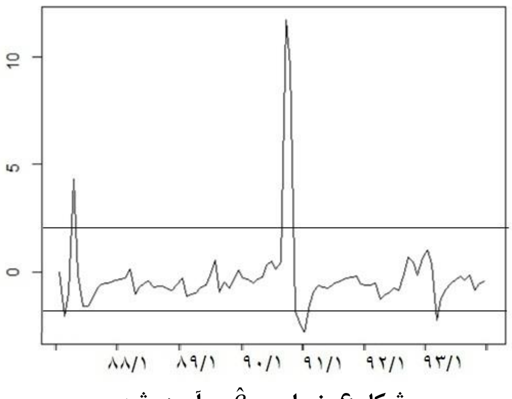
شکل ۵. نتایج باقیمانده‌های شاخص‌کل بورس ایران

نسبت بالای ضریب $\overline{R}^2 = 0.765$ نشان می‌دهد که شاخص کل، عوامل بنیـادی اقتصـاد ایران را به شکل مناسبی در دهۀ سال‌های ۸۰ منعکس مـی‌کنـد. حـال بـرای بـرآورد پارامترهـا مقادیر اولیه رابطۀ ۱۹ را در نظر می‌گیریم.

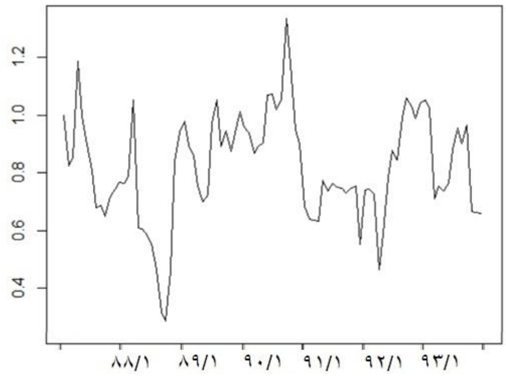
رابطۀ ۱۹)

$$\begin{cases} \hat{\beta} = 1 \\ \hat{\alpha}_0 = \hat{\gamma}_0 = 0.01 \\ \hat{\sigma}_0 = 0.01 \end{cases}$$

در مرحلۀ بعد می‌توان دو واریانس نامعلوم را به‌وسیله روش درست‌نمایی برآورد کـرد. مقـادیر برآورد شدۀ $\hat{\beta}_t$ (ضرایب اتورگرسیو مرتبۀ اول) و t-value (آمارۀ آزمون $t = \frac{(\hat{\beta}_t - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_t}}$) به‌دست آمده از پارامترهای برآورد شده است که در شکل‌های ۶ و ۷، ترسیم شده‌اند.



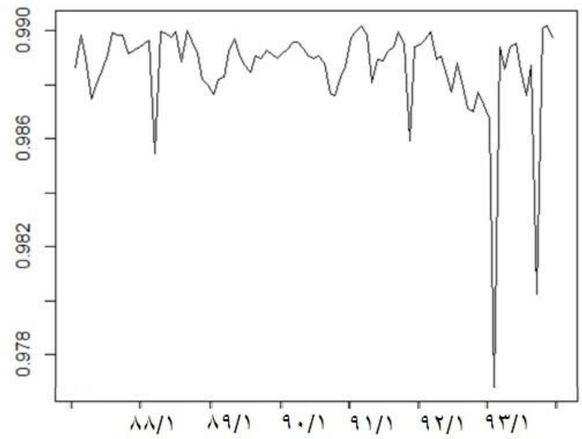
شکل ۶. ضرایب $\hat{\beta}_t$ برآورده شده



شکل ۷. تغییرات $t=\dfrac{(\hat{\beta}_t-1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_t}}$ **شاخص‌کل بورس ایران**

مشاهده می‌شود که به طور نسبی با پراکنش زیادی نوسان مـی‌کننـد و بازتـاب دهنـدهٔ ایـن واقعیت هستند که برآورد ماکزیمم درست نمـایی σ_v مـی‌توانـد بزرگتـر از ۰/۲۰ باشـد. مـاکزیمم تغییرات برآورد $\hat{\beta}_t$ مقدار(۱/۳) را در اسفند ۱۳۹۱ ثبت کرده است ومینـیمم $\hat{\beta}_t$ مقـدار ۰/۲ را در دی ماه سال ۱۳۸۸ نشان می‌دهد. شکل ۸، برآورد احتمال ادامه پیـدا کـردن حبـاب $\hat{\pi}_t$ را نشـان می‌دهد. که روی سطح باریکی میان ۰/۹۷ در اردیبهشت سال ۱۳۹۳ و ۰/۹۹ نوسان می‌کند.

مشاهده می‌شود که به طور نسبی با پراکنش زیادی نوسان مـی‌کننـد و بازتـاب دهنـدهٔ ایـن واقعیت هستند که برآورد ماکزیمم درسـت نمـایی σ_v مـی‌توانـد بزرگتـر از ۰/۲ باشـد. مـاکزیمم تغییرات برآورد $\hat{\beta}_t$ مقدار ۱/۳را در اسفند ۱۳۹۱ ثبت کرده است ومینیمم $\hat{\beta}_t$ مقدار ۰/۲ را در دی ماه سال ۱۳۸۸ نشان می‌دهد. شکل ۸، برآورد احتمال ادامه پیدا کردن حباب $\hat{\pi}_t$ را نشان می‌دهد. که روی سطح باریکی میان ۰/۹۷ در اردیبهشت سال ۱۳۹۳ و ۰/۹۹ نوسان می‌کند.



شکل ۸. تغییرات $\hat{\pi}_t$ شاخص‌کل بورس ایران با واریانس های ۰/۰۵^2 و ۰/۰۲^2

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این مقاله یک مدل آماری ساده را برای حباب‌های قیمتی ارائه می‌دهد کـه مـی‌توانـد بـه‌وسـیلهٔ محاسبات بازگشتی برآورد شود. فرمول مشخص احتمال ترکیدگی وابسـته بـه مقـدار انحـراف از عوامل بنیادین از مقادیر قیمتی دورهٔ قبل اثر گرفته و بر انتظار سرمایه‌گذاران منعکس می‌شود.

مدل ارائه شده این واقعیت را ثابت می‌کند که هیچ حبابی نمی‌تواند برای همیشه رشد کنـد و باقی بماند، جزیی از آن به‌خاطر آن است که اکثر سرمایه‌گذاران در این مسیر هستند و یا تعدادی دیگر به دلیل این‌که امکان از بین رفتن حباب وجود دارد آماده خارج شدن از بازار هستند و جزیی دیگر به این خاطر است که سیاست‌های مالی و یا هر عامل مداخله‌کننده‌ای به‌وسیلهٔ بنگـاه‌هـای اقتصادی مربوطه به ارجاع و برگشت دادن نوسـانات قیمـت بـه شـاخص‌هـای بنیـادین مسـئول هستند.

فرمول‌های بازگشتی به ثبت حجم عظیمی از داده‌ها نیازمند هستند، به‌طـوری کـه محاسـبهٔ یک دورهٔ کوتاه با رایانه‌های استاندارد هم کار بسیار دشـواری اسـت، بـه ایـن دلیـل تقریبـی در محاسبات استفاده شده تا رفتار بازگشتی تکنیک برآوردها را مورد تخمین قرار دهد. سپس مدل را برای سهام ایران به کار برده و پارامترها و احتمال ترکیدگی حباب برآورد شد.

باوجود پژوهش‌های عملی و کاربردی انجام شده که در ابتدای مسیر خـود قـرار دارنـد چنـد نتیجه می‌تواند مورد توجه قرار گیرد. احتمال ترکیدگی حباب π_t در بازار سهام هم‌چنان که قیمـت سهام بسیار بالا و یا بسیار پایین می‌رود، افزایش پیدا مـی‌کنـد. بـه طـور معمـول اگـر $\hat{\beta}_t > 1$، ضریب بدون خلق واقعی یک حباب به تدریج کـاهش پیـدا کنـد. داده‌هـای سـری‌هـای زمـانی

قیمت‌های سهام به طور ذاتی نامانا هستند. عوامل بنیادی در بازار سهام ایران حکم فرما است. چون β_t می‌تواند تابعی از π_t باشد و چون ترکیدن حباب‌ها در هر دورهٔ زمانی و یا چندین گام زمانی می‌تواند اتفاق بیفتد، مدل‌های پیچیدهٔ بیشتری در پژوهش‌های آتی نیازمند خواهند بود.

در ادامه به مقایسهٔ نتایج این پژوهش با برخی مقالات مطرح در زمینهٔ مسئلهٔ حباب قیمت در جدول ۱، می پردازیم. منظور از ستون مزیت، برتری روش ارائه شده در این مقاله به روش خاص ذکر شده در جدول ۱ است.

جدول ۱. مقایسهٔ نتایج این مقاله با سایر پژوهش‌های مشابه

مزیت	نتیجه	روش	پژوهشگر (سال)
استفاده از یک مدل ساده غیرخطی با تفسیر کافی	شناسایی تغییرات در روند، شیب منحنی قیمت	مدل خطی پویا	هریسون استیونس (۱۹۷۱ و۱۹۷۶)
استفاده از روش بیزین	وابستگی قیمت‌ها و احتمال وجود حباب	مدل رگرسیون پویا با استفاده از تابع درست‌نمایی	دیگل و زیگر (۱۹۸۹)
نتایج تجربی تضاد ندارند.	نتایج تجربی بسیار متضادند.	انواع مدل‌های اقتصادسنجی	گورکایناک (۲۰۰۸)
تخمین‌ها بازگشتی هستند و محاسبات پیچیده نیست.	شناسایی حباب در شاخص کل بورس آمریکا	خودگردان سازی	گوتیرز(۲۰۱۱)
احتمال وجود حباب را به عنوان یک پارامتر اساسی در نظر نگرفتند.	شناسایی حباب در سال ۱۳۸۷ در بازار سهام تهران	آزمون‌های ناپارامتری دو ها و گردش	سبزه‌ای و عباسلو (۱۳۹۵)

منابع

سبزه‌ای، ف. و عباس لو، م. (۱۳۹۵). بررسی وجود حباب‌ها در قیمت سهام ۵۰ شرکت فعال در بازار بورس تهران طی سال‌های ۱۳۸۷–۱۳۸۸. دنیای اقتصاد، ۳۹۱۶(۱)، ۱۸–۱۹.

References

Al-Anaswah, N. ,& Wilfling, B. (2011). Identification of Speculative Bubbles Using Statespace Models with Markov-switching. Journal of Banking and Finance, 35(2), 1073–1086.

Anderson, K., Brooks, C., & Katsaris, A. (2010). Speculative Bubbles in the S&P 500: Was the Tech Bubble Confined to the Tech Sector? Journal of Empirical Finance, 17(1), 345–361.

Asako, K., & Liu, Z. (2013). A Statistical Model of Speculative Bubbles, With Applications to the Stock Markets of the United

States, Japan, and China. Journal of Banking & Finance, 37(1), 2639–2651.

Cerqueti, R., & Constantini, M. (2011). Testing for Rational Bubbles in the Presence of Structural Breaks: Evidence from Nonstationary Panels. Journal of Banking and Finance, 35(1), 2598–2605.

Diggle, P. J., & Zeger, S. L. (1989). A Non-Gaussian Model for Time Series with Pulses. Journal of American Statistical Association, 84(1), 354–359.

Gurkaynak, R. S. (2008). Econometric Tests of Asset Price Bubbles: Taking Stock. Journal of Economic Surveys, 22(1), 166–186.

Gutierrez, L. (2011). Bootstrapping Asset Price Bubbles. Economic Modelling, 28(2), 2488–2493.

Harrison, P. J., & Stevens, C. F. (1971). A Bayesian Approach to Short-term Forecasting. Operational Research Quarterly, 22(2), 341–362.

Phillips, P. C. B., Wu, Y., & Yu, J. (2011). Explosive Behavior in the 1990s Nasdaq: When Did Exuberance Escalate Asset Values? International Economic Review, 52(2), 201–226.

Phillips, P. C. B., & Yu, J. (2011). Dating the Timeline of Financial Bubbles During the Subprime Crises. Quantitative Economics, 2(1), 455–491.

Sabzehyee, F., & Abbasloo, M. (2016). Surveying the Existence of Bubble in the Price of Stock of 50 Active Corporates in Stock Exchange During 1387-1388. Donya-e-Eqtesad, 3916(1), 18-19. (In Persian).

Sollis, R. (2006). Testing for Bubbles: An Application of Tests for Change in Persistence. Applied Financial Economics, 16(1), 491–498.

West, K. D. (1987). A Specification Test for Speculative Bubbles. Quarterly Journal of Economics, 102(2), 553–580.